

## Формулы для ЕГЭ по физике «Механические колебания и волны»

### Гармонические колебания. Амплитуда и фаза колебаний.

Во время гармонических колебаний все состояния системы повторяются с некоторой периодичностью, описываемой законами синуса или косинуса:

$$x = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0),$$

Где  $x$  – смещение тела от положения равновесия в момент времени  $t$ ,

$x_m$  – амплитуда колебаний, максимальное смещение тела от положения равновесия,

$\omega$  – циклическая, круговая частота колебаний,

$t$  – время,

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний при  $t = 0$ ,

$\omega t + \varphi_0$  – фаза колебаний, определяющая временные рамки, на протяжении которых рассматриваются колебания системы.

**Период** – физическая величина, характеризующая время одного полного колебания:

$$T = \frac{t}{N}$$

где  $N$  – количество колебаний.

Основная единица измерений – секунда (с).

**Частота** – физическая величина, определяющая количество колебаний, совершенных в единицу времени:

$$\nu = \frac{N}{t}$$

Основной единицей измерения являются Герцы (Гц). Частота и период связаны друг с другом обратной зависимостью:

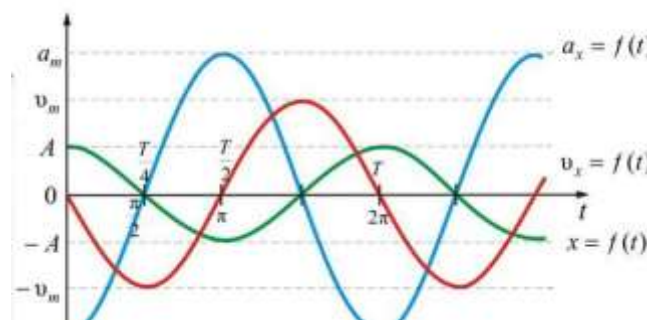
$$\nu = \frac{1}{T}$$

**Циклическая частота** – это количество колебаний тела за  $2\pi$  секунд, измеряется в рад/с.:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Так как скорость – первая производная от координаты, а ускорение – вторая производная, то, чтобы определить скорость и ускорение колебательного процесса в любой момент времени следует воспользоваться следующей функцией:

$$\begin{cases} v_x = -v_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \\ a_x = -a_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$



Силу, приводящую к гармоническим колебаниям, исходя из второго закона Ньютона, представим в виде:  $F_x = -m \cdot \omega_0^2 \cdot x$ . Такую силу называют **возвращающей силой**.

**Маятник** – это физическое тело, совершающее колебания под действием сил тяжести или упругости. Идеальной системой колебаний является **математический маятник**. Данная модель состоит из упругой длинной нити с большой жёсткостью и небольшого тела на её конце. Гармонические колебания данного тела совершаются благодаря силе натяжения нити и силе тяжести.

## Математический маятник

Колебания математического маятника при больших амплитудах НЕ являются гармоническими !

для малых колебаний II з-н Ньютона

$$ma_{\tau} = -m \frac{g}{l} x$$


**Круговая частота  $\omega_0$**


$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

**Период колебаний T**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

**Пружинный маятник** – это тело, прикрепленное к пружине, которое колеблется под действием силы упругости и силы тяжести. Произведя аналогичные математические выкладки, получим период и циклическую частоту пружинного маятника:

## Пружинный маятник

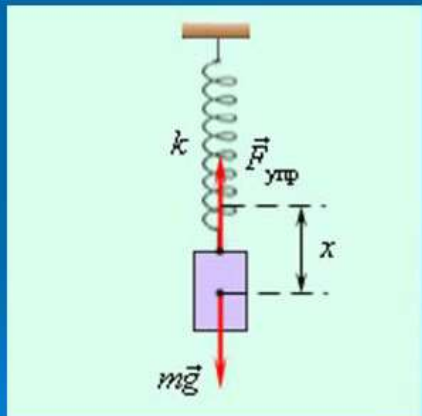


Уравнение движения маятника

$$ma = -m\omega^2 x = -kx$$

где  $k = m\omega^2$  - коэффициент "жесткости".

Циклическая частота и период колебаний равны, соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$


➤ Материальная точка, закрепленная на абсолютно упругой пружине

## Вынужденные колебания. Резонанс. Резонансная кривая

Колебания, которые совершаются под действием периодических внешних и внутренних сил рассматриваемой системы, называются **вынужденными**. К вынужденным колебаниям можно отнести дрожь стекла по причине проезжающего рядом тяжёлого транспорта, колебания ушных перепонки под действием воздуха и звуков.

Резонанс – это явление резкого возрастания амплитуды вынужденного колебания. Резонанс наблюдается в том случае, когда частота вынуждающей силы равна частоте собственных колебаний.

Расстояние между двумя соседними максимумами или минимумами амплитуды называется **длиной волны** ( $\lambda$ ). Единицей измерения является метр (м),

$$\lambda = v \cdot T$$

где  $\lambda$  – длина волны,

$v$  – скорость распространения волны,

$T$  – период волны.

Скорость, с которой волна распространяется в среде, называется **скоростью колебания**.

Процесс наложения волн, находящихся в одинаковой фазе или противофазе, в результате чего происходит достижение максимумов и минимумов амплитуды, называется **интерференцией**. Чтобы интерференция произошла, в обязательном порядке волны должны быть когерентными. Это значит, что они должны испускаться с одинаковой частотой и в одинаковой фазе. Если разность хода двух волн равна целому числу волн (т.е. чётному числу полуволн), то в точке наложения этих волн образуется **интерференционный максимум**; амплитуда результирующего колебания в два раза увеличится:

$$A = 2x_0$$

Если разность хода этих волн равна нечётному числу полуволн, то это означает, что волны от двух точек-вибраторов придут в противофазе и погасят друг друга; амплитуда результирующего колебания будет равной нулю:  $A = 0$ ; получим **интерференционный минимум**.

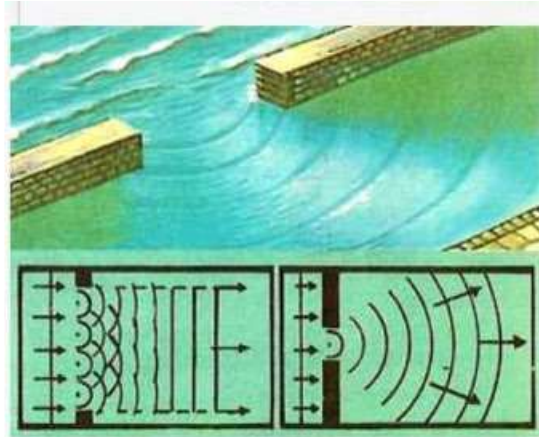
**Условие интерференционных максимумов и минимумов**



**Условие максимумов:**  
 $\Delta l = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2}, k \in Z.$

**Условие минимумов:**  
 $\Delta l = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, k \in Z.$

Процесс огибания волнами преград, называется *дифракцией*. Дифракция присуща любому виду волн.



### Звук. Скорость звука.

*Звук* является частным случаем распространения волны в упругой среде. Звук возникает в результате колебаний различных сред. Звук можно слышать в том случае, когда частота колебания будет больше 16 Гц с интенсивностью более  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

В воздухе при температуре 0 °С звук перемещается со скоростью примерно 331 м/с.

Если звук встретил на своем пути большую преграду, например, стену, то он не может её обогнуть. В таком случае звук отражается и начинает перемещаться в противоположном направлении. Такой процесс можно наблюдать в больших и пустых помещениях, и называется он *эхо*. *Громкость* звука измеряется в *децибелах*.

Чем больше амплитуда звука, тем больше его сила, тем громче звук. *Высота* звука характеризуется его частотой. Например, из-за большой скорости взмахов крыльев комара мы слышим звук высокой частоты, при этом у мухи он более низкий. Это объясняется менее частыми движениями крыльев мухи.

Не всякое колеблющееся тело издает слышимый звук. Источниками звука могут являться физические тела, колеблющиеся частотой от 16 до 20 000 Гц. Именно эти звуковые частоты доступны нашему восприятию. Звуковые волны с частотой меньше 16 Гц называются инфразвуками, а большей 20 кГц – ультразвуками.