

Задание №4

Статика. Механические колебания и волны

1. В широкую U-образную трубку с вертикальными прямыми коленами налиты неизвестная жидкость плотностью ρ_1 и вода плотностью $\rho_2 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ (см. рис.). На рисунке $b = 10 \text{ см}$, $h = 24 \text{ см}$, $H = 30 \text{ см}$. Какова плотность жидкости ρ_1 ? (Ответ дайте в килограммах на кубический метр.)

Так как жидкости статичны: $p_{\text{лев}} = p_{\text{прав}}$

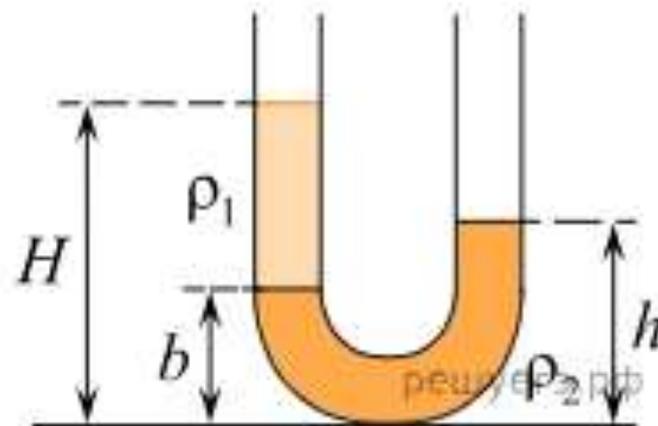
$$p_{\text{лев}} = p_{\text{атм}} + \rho_1 g(H - b)$$

$$p_{\text{прав}} = p_{\text{атм}} + \rho_2 g(h - b)$$

$$p_{\text{атм}} + \rho_1 g(H - b) = p_{\text{атм}} + \rho_2 g(h - b)$$

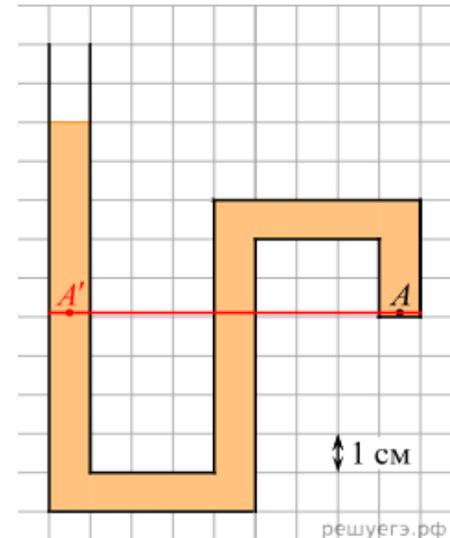
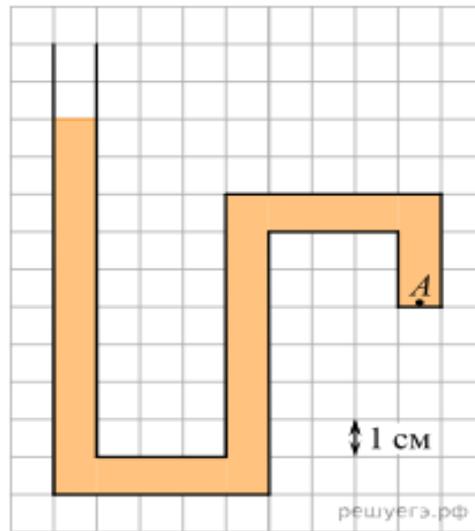
Отсюда:
$$\rho_1 = \frac{\rho_2(h-b)}{H-b} = \frac{1 \cdot 10^3(24-10)}{30-10} =$$

$$700 \text{ кг/м}^3$$



Ответ: 700

2. Один конец изогнутой трубки запаян, а второй открыт. Эта трубка заполнена водой и расположена вертикально открытым концом вверх, как показано на рисунке. Чему равно давление, создаваемое водой в точке A внутри трубки? (Ответ дайте в паскалях.) Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



Из рисунка: высота столба жидкости $h=5 \text{ см}=0,05 \text{ м}$.

Давление: $p = \rho g h = 1000 * 10 * 0,05 = 500 \text{ Па}$

Ответ: 500

3. Какова глубина озера, если максимальное давление, оказываемое на дно при нормальном атмосферном давлении составляет $4 \cdot 10^5$ Па? Ответ дайте в метрах. (Нормальное атмосферное давление примите равным 10^5 Па.)

Давление:

$$p = p_{\text{атм}} + \rho g h$$

Высота столба воды: $h = \frac{p - p_{\text{атм}}}{\rho g} = \frac{4 \cdot 10^5 - 10^5}{1000 \cdot 10} = 30 \text{ м}$

Ответ: 30

4. Гидравлический пресс изготовлен с использованием двух вертикальных цилиндрических сообщающихся сосудов, заполненных жидкостью и закрытых лёгкими поршнями. Радиус большего поршня этого пресса превосходит радиус меньшего поршня в 5 раз. На малый поршень положили груз массой 20 кг, удерживая большой поршень неподвижным. Определите модуль силы давления жидкости на большой поршень. Атмосферным давлением пренебречь.

Закон гидравлического пресса: $\frac{S_2}{S_1} = \frac{F_2}{F_1}$

Площадь поршня: $S = \pi R^2$

На малый поршень действует сила тяжести, на малый – сила, по модулю равная силе давления жидкости.

Сила давления жидкости: $F_2 = \frac{S_2 F_1}{S_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} * mg = 25 * 200 = 5000 \text{ Н}$

Ответ: 5000

5. В сосуд налито 4 л жидкости плотностью 1300 кг/м^3 . В этой жидкости в равновесии плавает тело, объём погружённой части которого равен 240 см^3 . В сосуд доливают ещё 4 л жидкости плотностью 1100 кг/м^3 и перемешивают их. Чему после этого будет равен объём погружённой части тела в см^3 при плавании в равновесии, если известно, что тело продолжает плавать? В обоих случаях плавающее тело не касается стенок и дна сосуда. Обе жидкости хорошо смешиваются, и при смешивании их суммарный объём сохраняется.

Так как жидкости хорошо смешиваются, то плотность смеси:

$$(1300+1100)/2=1200 \text{ кг/м}^3$$

Тело плавает поэтому: $F_{\text{тяж}} = F_{\text{А}}$

$$mg = g\rho V_{\text{T}}$$

Выталкивающая сила в первом и втором случае:

$$g\rho_1 V_{\text{T1}} = g\rho_2 V_{\text{T2}}$$

Отсюда: $V_{\text{T2}} = \frac{\rho_1 V_{\text{T1}}}{\rho_2} = 260 \text{ см}^3$

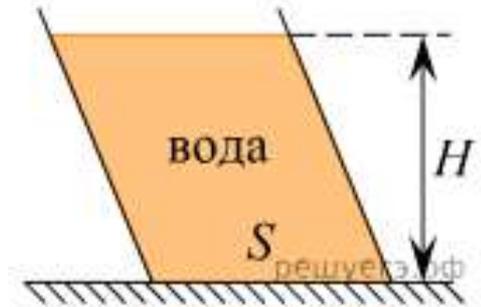
Ответ: 260

6. Вода налита в стоящий на столе сосуд (см. рис.). Площадь горизонтального дна сосуда $S = 400 \text{ см}^2$, высота уровня воды относительно дна сосуда $H = 10 \text{ см}$. С какой силой вода давит на горизонтальное дно сосуда? Ответ дайте в ньютонах.

Вода давит на дно с силой:

$$F = pS = \rho g H * S = 1000 * 10 * 0,1 * 0,04 \\ = 40 \text{ Н}$$

Ответ: 40



7. Два одинаковых бруска толщиной 10 см каждый, связанные друг с другом, плавают в воде так, что уровень воды приходится на границу между ними (см. рис.). На сколько увеличится глубина погружения стопки брусков, если в неё добавить ещё один такой же брусок? *Ответ запишите в сантиметрах.*

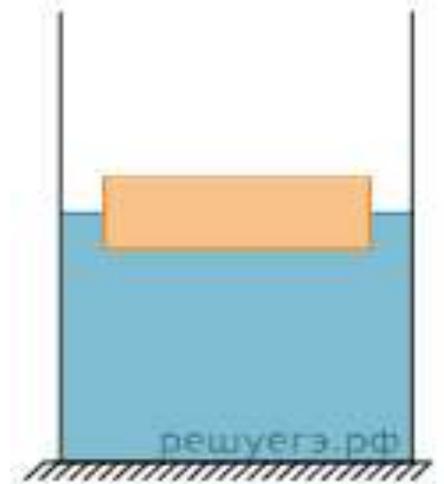
Если считать два связанных бруска как одно тело, то это тело при плавании погружено наполовину.

При этом глубина погружения равна 10 см.

Тогда при добавлении ещё одного такого же бруска, новое тело будет погружено наполовину.

Глубина погружения станет равной 15 см, то есть изменится на 5 см.

Ответ: 5



8. Сидящий на причале рыбак, заметив гребень волны, включил секундомер. Пятый гребень прошёл мимо рыбака через 10 секунд. Каков период колебаний поплавок на волнах? (Ответ дайте в секундах.)

То, что за 10 с мимо рыбака, сидящего на пристани, прошло 5 гребней, означает, что волна прошла расстояние, равное 4 длинам волн.

За 10 с прошло 4 колебания.

Отсюда период колебаний поплавок: $10/4=2,5$

Ответ: 2,5

9. Какова частота звуковых колебаний в среде, если скорость звука в этой среде 500 м/с, а длина волны 2 м? (Ответ дайте в герцах.)

$$\nu = \frac{v_{\text{зв}}}{\lambda} = \frac{500}{2} = 250 \text{ Гц}$$

Ответ: 250

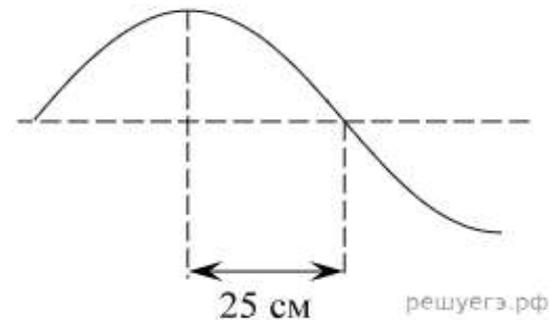
10. На рисунке изображён участок натянутого резинового шнура, по которому распространяется поперечная волна, имеющая частоту 1,25 Гц. Чему равна скорость распространения волны? (Ответ дайте в метрах в секунду.)

На рисунке за 25 см обозначена $\frac{1}{4}$ часть периода, значит, длина волны 1 м.

Отсюда, скорость распространения волны:

$$v = 1 * 1,25 = 1,25 \text{ м/с}$$

Ответ: 1,25



11. Гидроакустик, находящийся на корабле, переговаривается по рации с матросом, находящимся на лодке. Во время разговора матрос наносит удар гаечным ключом по корпусу своей лодки. Звук от этого удара гидроакустик сначала слышит через рацию, а через 10 секунд — через свою гидроакустическую аппаратуру. Считая, что второй звук распространяется в воде со скоростью 1500 м/с, найдите расстояние между кораблём и лодкой. Ответ приведите в километрах.

$$S = 1500 * 10 = 15000 \text{ м} = 15 \text{ км}$$

Ответ: 15

12. На рисунке представлен график зависимости потенциальной энергии математического маятника (относительно положения его равновесия) от времени. Какова полная механическая энергия маятника в момент времени, соответствующий на графике точке D ? (Ответ дайте в джоулях.)

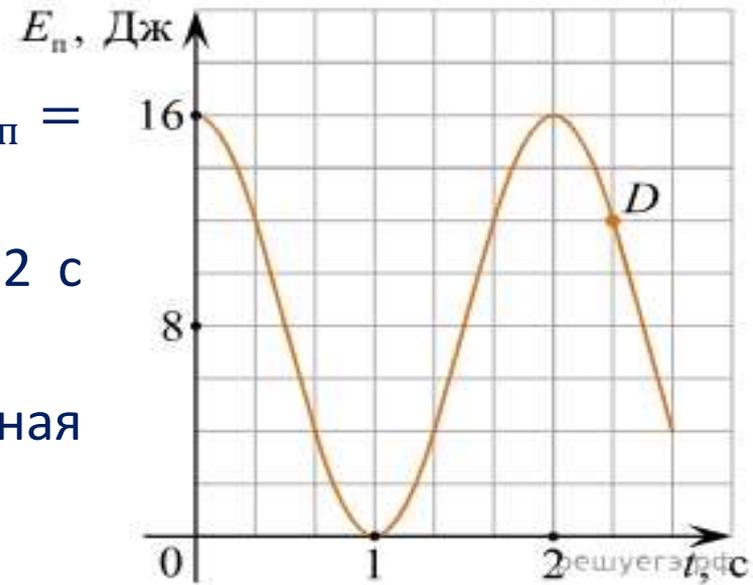
В любой момент времени: $E_{\text{кин}} + E_{\text{п}} = E_{\text{полн.мех}} = \text{const}$

Из графика: в моменты времени от 0 до 2 с потенциальная энергия максимальная

Значит в эти моменты времени потенциальная равна полной механической энергии

Отсюда, $E_{\text{полн.мех}} = 16$

Ответ: 16



13. Скорость тела, совершающего гармонические колебания меняется с течением времени в соответствии с уравнением $v = 3 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi t$, где все величины выражены в СИ. Какова амплитуда колебаний скорости? (Ответ дайте в метрах в секунду.)

Закон изменения скорости тела со временем, совершающего

колебания: $v = v_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

$$v = 3 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi t$$

Отсюда: $v_{max} = 3 \cdot 10^{-2} = 0,03$ м/с

Ответ: 0,03

14. Колебательное движение тела задано уравнением:

$$x = a \sin \left(bt + \frac{\pi}{2} \right)$$

где $a = 5$ см, $b = 3$ с⁻¹. Чему равна амплитуда колебаний? (Ответ дайте в сантиметрах.)

Закон изменения координаты тела со временем, совершающего колебания: $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$

$$x = a \sin \left(bt + \frac{\pi}{2} \right)$$

Отсюда, $x_0 = a = 5$ см

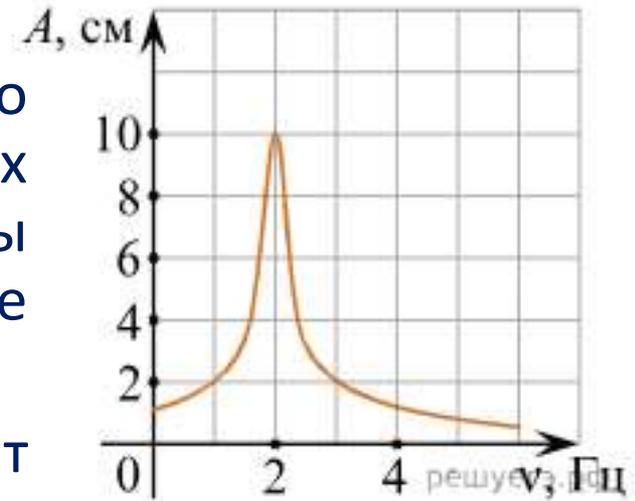
Ответ: 5

15. На рисунке изображена зависимость амплитуды установившихся колебаний маятника от частоты вынуждающей силы (резонансная кривая). Какова амплитуда колебаний этого маятника при резонансе? (Ответ дайте в сантиметрах.)

Резонансом называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте маятника.

Из графика видно, что резонанс происходит при значении частоты в 2 Гц, амплитуда колебаний маятника при этом равна 10 см.

Ответ: 10



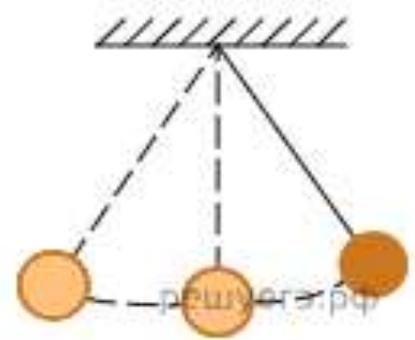
16. Математический маятник с периодом колебаний T отклонили на небольшой угол от положения равновесия и отпустили без начальной скорости (см. рис.). Через какое время (в долях периода) после этого кинетическая энергия маятника в первый раз достигнет минимума? Сопротивлением воздуха пренебречь.

За время, равное периоду, маятник успеет отклониться в противоположную сторону, после чего вернется в начальное положение.

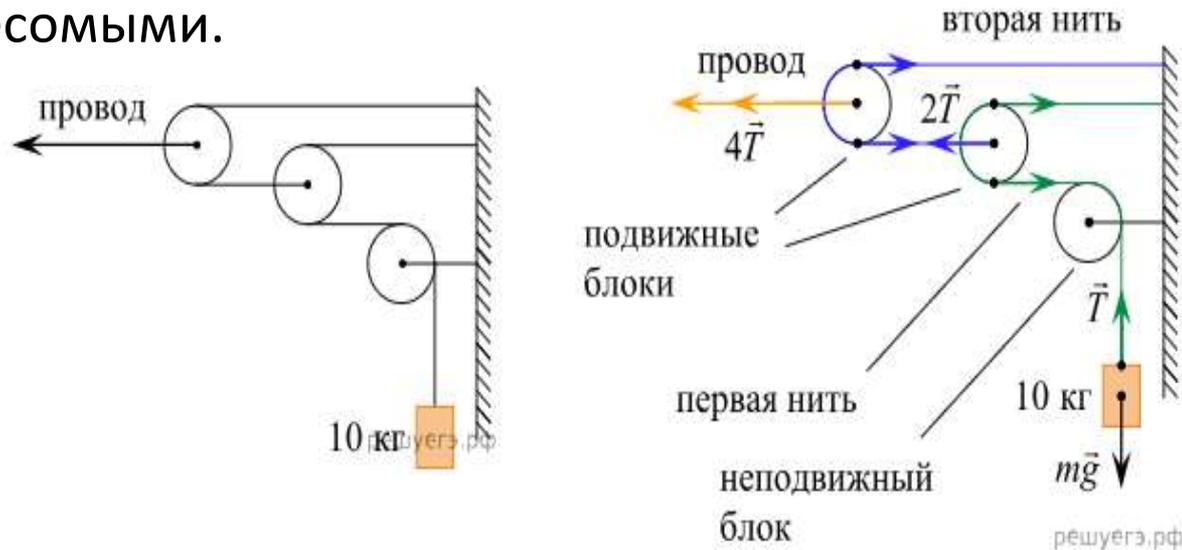
Минимальной кинетической энергии соответствует положение максимального отклонения.

Впервые маятник окажется в нем через половину периода.

Ответ: 0,5



17. На железной дороге для натяжения проводов используется показанная на рисунке система, состоящая из легких блоков и тросов, натягиваемых тяжелым грузом. Чему равна сила натяжения провода? (Ответ дайте в ньютонах.) Трение в осях блоков мало. Блоки и нити считайте невесомыми.



Сила, с которой натянута первая нить: $T = mg = 10 * 10 = 100 \text{ H}$

Так как вся система статична, полная сила, действующая на первый блок, должна быть равна нулю.

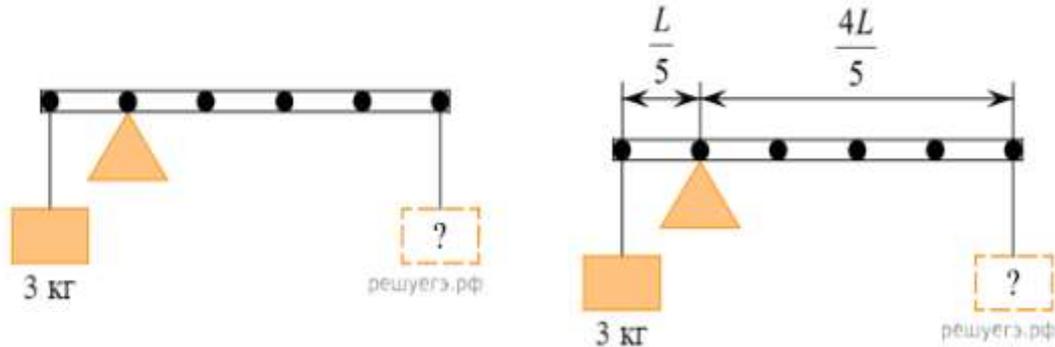
Первая нить тянет его направо с силой суммарной $2T$, отсюда, натяжение второй нити – $2T$ (выигрыш в силе)

Точно также для второго блока.

Отсюда натяжение провода: $4T = 4 * 100 = 400 \text{ H}$

Ответ: 400

18. К левому концу невесомого стержня прикреплен груз массой 3 кг (см. рис.). Стержень расположили на опоре, отстоящей от его левого конца на 0,2 длины стержня. Чему равна масса груза, который надо подвесить к правому концу стержня, чтобы он находился в равновесии? (Ответ дайте в килограммах.)



Момент, созданный левым грузом: $mg \frac{L}{5}$ - он вращает стержень против часовой стрелки

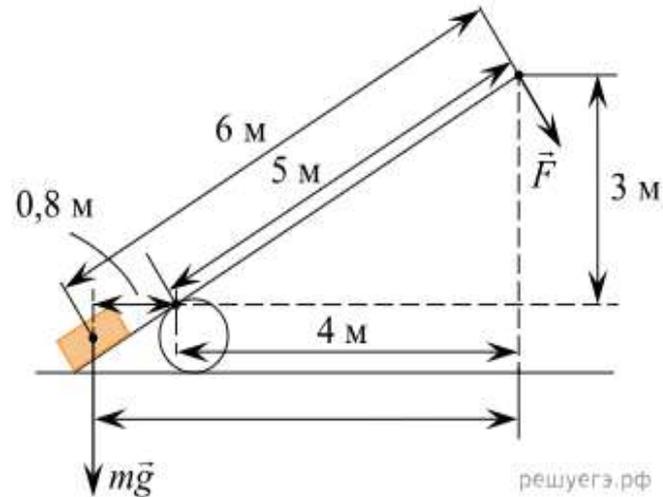
Момент, созданный правым грузом: $Mg \frac{4L}{5}$ - он вращает стержень по часовой

$$\text{Для равновесия: } mg \frac{L}{5} = Mg \frac{4L}{5}$$

$$\text{Отсюда: } M = \frac{m}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ кг}$$

Ответ: 0,75

19. Под действием веса груза mg и силы F рычаг, представленный на рисунке, находится в равновесии. Вектор силы F перпендикулярен рычагу, а груз на плоскость не давит. Расстояния между точками приложения сил и точкой опоры, а также проекции этих расстояний на вертикальную и горизонтальную оси указаны на рисунке. Если модуль силы F равен 240 Н, то каков модуль силы тяжести, действующей на груз? (Ответ дайте в ньютонах.)



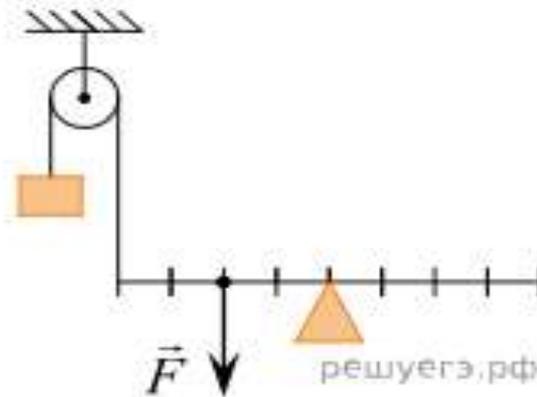
Момент, создаваемый силой F : $F \cdot 5\text{ м}$ – он вращает рычаг по часовой стрелке.

Момент, создаваемый грузом относительно точки: $mg \cdot 0,8\text{ м}$ – вращает против часовой.

Отсюда модуль силы тяжести: $mg = \frac{F \cdot 5}{0,8} = 1500\text{ Н}$

Ответ: 1500

20. На рисунке изображена система, состоящая из невесомого рычага и идеального блока. Масса груза 100 г. Какова величина силы F , если система находится в равновесии? (Ответ дайте в ньютонах.) Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



На рычаг действуют две силы: F – действующая вниз и сила натяжения нити T .

Чтобы система находилась в равновесии, моменты сил должны быть равны: $F \cdot l_1 = T \cdot l_2$

$$\text{Отсюда: } F = \frac{l_2}{l_1} T = 2T$$

Рассмотрим идеальный блок: $T = mg = 0,1 * 10 = 1 \text{ Н}$

Значит $F = 2 * 1 = 2 \text{ Н}$

Ответ: 2