

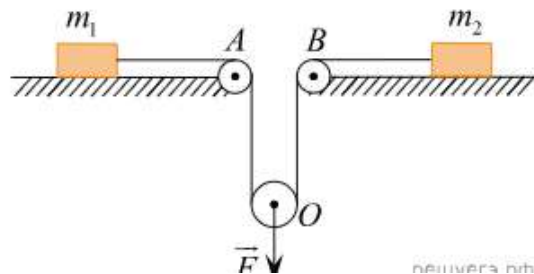
Домашнее задание

Задание №26. Механика (расчетная задача высокого уровня)

1. Два одинаковых груза массой $M = 100$ г каждый подвешены на концах невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок с неподвижной осью. На один из них кладут перегрузок массой $m = 20$ г после чего система приходит в движение. Найдите модуль силы F , действующей на ось блока во время движения грузов. Трением пренебречь. Какие законы Вы используете для описания движения системы грузов? Обоснуйте их применение.

2. Груз массой $m = 1$ кг подвесили на невесомой пружине, и он мог совершать вертикальные гармонические колебания с некоторой частотой. Затем параллельно первой пружине присоединили вторую такую же и подвесили к ним другой груз. Частота колебаний новой системы оказалась вдвое меньше, чем прежней. Чему равна масса M второго груза? Какие законы Вы используете для описания колебательного движения маятника? Обоснуйте их применение.

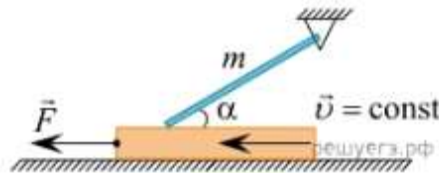
3. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два груза массами $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 2$ кг соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных (А и В) и один подвижный (О) невесомые блоки, как показано на рисунке. Оси блоков горизонтальны, трения в осях блоков нет. К оси О подвижного блока приложена направленная вертикально вниз сила $F = 4$ Н. Найдите ускорение этой оси. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы и блок. Какие законы Вы используете для описания движения брусков? Обоснуйте их применение.



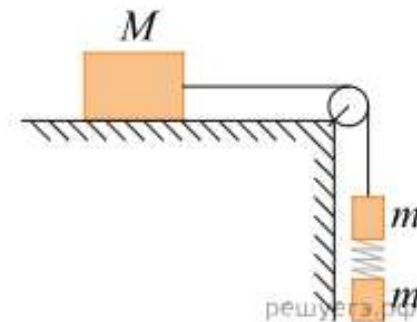
4. В установке, изображённой на рисунке, грузик А соединён перекинутой через блок нитью с бруском В, лежащим на горизонтальной поверхности трибометра, закреплённого на столе. Грузик отводят в сторону, приподнимая его на некоторую высоту h , и отпускают. Какую величину должна превзойти эта высота, чтобы брусок сдвинулся с места в тот момент, когда грузик проходит нижнюю точку траектории? Масса грузика m , масса бруска M , длина свисающей части нити L , коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0,2$. Трением в блоке, а также размерами блока пренебречь. Какие законы Вы используете для описания движения грузика и бруска? Обоснуйте их применение.



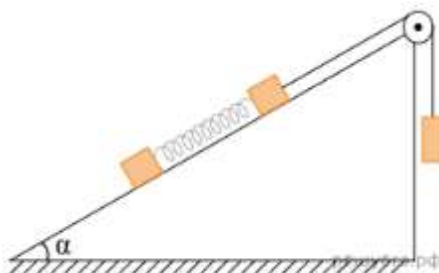
5. Однородный тонкий стержень массой $m = 4$ кг одним концом шарнирно прикреплен к потолку, а другим концом опирается на массивную горизонтальную доску, образуя с ней угол $\alpha = 30^\circ$. Под действием горизонтальной силы \vec{F} доска движется поступательно влево с постоянной скоростью (см. рис.). Стержень при этом неподвижен. Найдите коэффициент трения стержня по доске μ , если $F = 5$ Н. Трением доски по опоре и трением в шарнире пренебречь. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела. Обоснуйте применимость используемых законов к решению задачи.



6. На шероховатой горизонтальной поверхности с коэффициентом трения равным 0,2 лежит груз массой 0,8 кг. Он соединен невесомой и нерастяжимой нитью через идеальный блок с бруском 0,4 кг, к этому бруску снизу прикреплена пружина и к пружине ещё один такой же брусок 0,4 кг (см. рис.). Длина пружины в недеформированном состоянии 10 см. Грузы движутся вниз. Найти длину пружины, считая, что она постоянна. Жесткость пружины 80 Н/м.

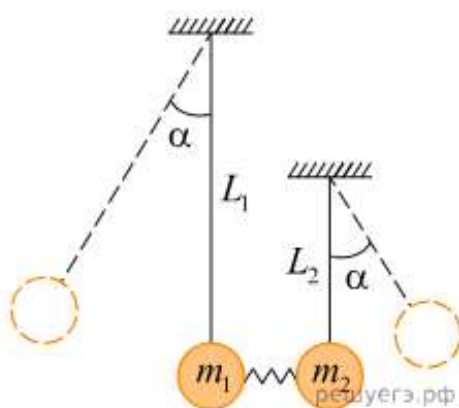


7. Система из двух грузов, соединенных пружиной жесткости $k = 20$ Н/м движется под действием груза $M = 2$ кг по наклонной плоскости с углом наклона 30° так, что длина пружины L не меняется. В нерастянутом состоянии длина пружины $l = 15$ см. Массы маленьких грузов одинаковы и равны $m = 0,25$ кг. Найдите длину пружины L . Трением пренебречь. Какие законы Вы используете для описания движения грузов? Обоснуйте их применение к данному случаю.

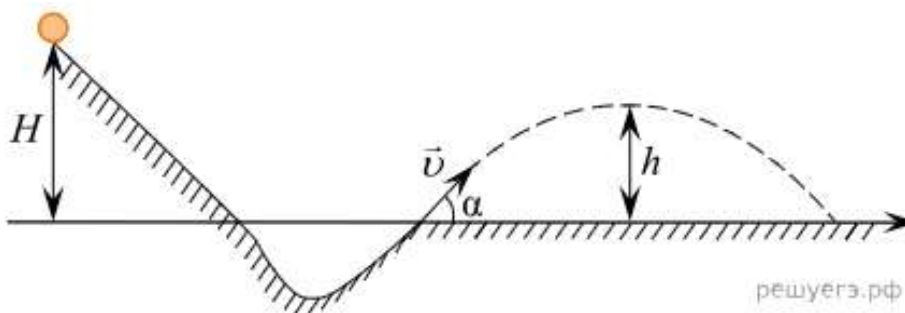


8. Снаряд массой 4 кг, летящий со скоростью 400 м/с, разрывается на две равные части, одна из которых летит в направлении движения снаряда, а другая - в противоположную сторону. В момент разрыва суммарная кинетическая энергия осколков увеличилась на величину $\Delta E = 0.5$ МДж. Определите скорость осколка, летящего по направлению движения снаряда.

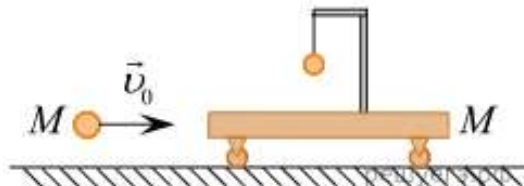
9. Между шариками массами m_1 и m_2 соответственно зажата пружины, которая стянута нитью. Нить пережигают и пружина разжимается, в результате шарики отклоняются на одинаковый угол α . Найдите отношение длин нитей $\frac{L_1}{L_2}$. Сжатие пружины намного меньше длины нитей. Какие законы Вы использовали для описания взаимодействия тел? Обоснуйте их применение к данному случаю.



10. При выполнении трюка «Летающий велосипедист» гонщик движется по трамплину под действием силы тяжести, начиная движение из состояния покоя с высоты H (см. рис.). На краю трамплина скорость гонщика направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пролетев по воздуху, гонщик приземляется на горизонтальный стол, находящийся на той же высоте, что и край трамплина. Какова высота полета h на этом трамплине? Сопротивлением воздуха и трением пренебречь. Какие законы Вы используете для описания гонщика по трамплину? Обоснуйте их применение к данному случаю.

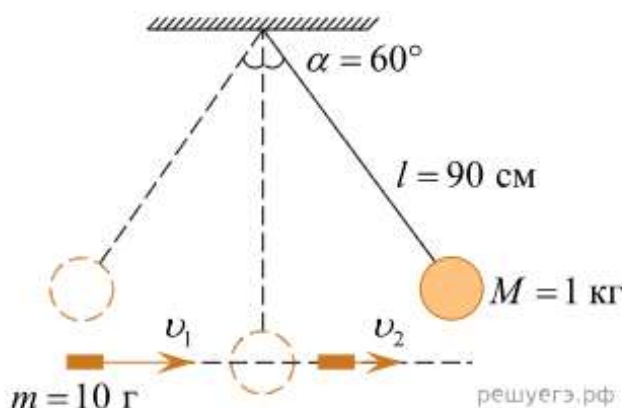


11. На тележке массой $M = 400$ г которая может кататься без трения по горизонтальной плоскости, имеется лёгкий кронштейн, на котором подвешен на нити маленький шарик массой $m = 100$ г. На тележку по горизонтали налетает и абсолютно упруго сталкивается с ней шар массой M , летящий со скоростью $v_0 = 2$ м/с (см. рис.). Чему будет равен модуль скорости тележки в тот момент, когда нить, на которой подвешен шарик, отклонится на максимальный угол от вертикали? Длительность столкновения шара с тележкой считать очень малой. Какие законы Вы используете для описания взаимодействия тележки и шарика? Обоснуйте их применение к данному случаю.



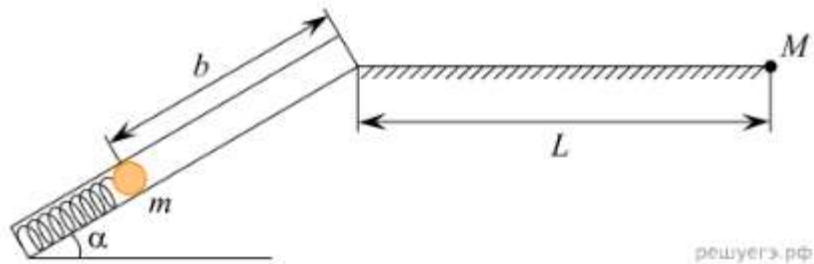
12. В маленький шар массой $M = 230$ г, висящий на нити длиной $l = 50$ см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля. Минимальная скорость пули v_0 , при которой шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости, равна 120 м/с. Чему равна масса пули? Сопротивлением воздуха пренебречь. Обоснуйте применимость законов, используемых при решении задачи.

13. Шар массой 1 кг, подвешенный на нити длиной 90 см, отводят от положения равновесия на угол 60° и отпускают. В момент прохождения шаром положения равновесия в него попадает пуля массой 10 г, летящая навстречу шару. Она пробивает его и продолжает двигаться горизонтально. Определите изменение скорости пули в результате попадания в шар, если он, продолжая движение в прежнем направлении, отклоняется на угол 39° . (Массу шара считать неизменной, диаметр шара — пренебрежимо малым по сравнению с длиной нити, $\cos 39^\circ = \frac{7}{9}$). Какие законы Вы используете для решения задачи? Обоснуйте их применение.

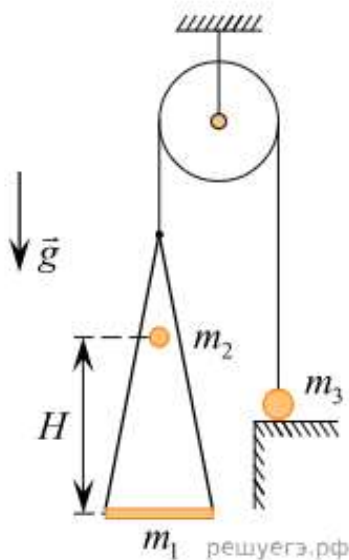


решуегз.рф

14. Пружинное ружье наклонено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Энергия сжатой пружины равна 0,41 Дж. При выстреле шарик массой $m = 50$ г проходит по стволу ружья расстояние b , вылетает и падает на расстоянии $L = 1$ м от дула ружья в точку M , находящуюся с ним на одной высоте с дулом. (см. рис.). Найдите расстояние b . Трением в стволе и сопротивлением воздуха пренебречь. Какие законы Вы использовали для описания движения шарика? Обоснуйте их применение к данному случаю.



15. В механической системе, изображённой на рисунке, невесомая и нерастяжимая нить перекинута через неподвижный идеальный блок. К левому концу нити подвешена чашка массой $m_1 = 1,5$ кг, на высоте $H = 50$ см над дном которой удерживают груз массой $m_2 = 1$ кг, а к правому концу нити привязан груз массой $m_3 = 3$ кг, стоящий на подставке. В некоторый момент груз m_2 отпускают, он падает в чашку, ударяется и прилипает к ней. На какую максимальную высоту h над подставкой поднимется после удара груз m_3 ? Какие законы Вы используете для описания взаимодействия груза и чашки? Обоснуйте их применение к данному случаю.



Ответы к заданиям:

1. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Так как движение грузов поступательное, то их можно описывать моделью материальной точки. Значит, можно применять второй закон Ньютона для описания движения грузов. Нить, которая связывает тело массой M и тело массой $M + m$ с перегрузком, является невесомой, а блок - идеальным (его масса равна нулю, трением в его оси вращения можно пренебречь). Следовательно, на оба тела действует одинаковая по модулю сила натяжения нити. Кроме того, нить нерастяжима. Поэтому оба тела движутся с одинаковым ускорением.

Ответ: 2,18 Н

2. **Обоснование.** Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО). Движение груза поступательное, поэтому можно описывать его моделью материальной точки. Колебания маятника по условию гармонические, следовательно, пренебрегаем действием силы трения и сопротивления воздуха. При малом удлинении можно считать, что пружина упругая и невесомая, поэтому учитываем только силу упругости, возникающую в ней и подчиняющуюся закону Гука. Колебания вертикального маятника происходят под действием двух сил - силы упругости и силы тяжести, но сила тяжести не изменяется, поэтому не влияет на изменение частоты колебаний маятника. Следовательно, можно рассматривать гармонические колебаний под действием изменяющейся по модулю и направлению силы упругости и применять формулы периода и частоты колебаний такого маятника.

Ответ: 8 кг

3. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Брусочки движутся поступательно. Следовательно, их можно считать материальными точками. Подвижный блок невесом. На каждый брусочек действуют сила тяжести и сила натяжения нити. На гладкой поверхности и в блоках отсутствует сила трения. Поэтому для описания движения каждого брусочка по горизонтальной поверхности в инерциальной системе отсчета под действием этой силы с ускорением можно применять второй закон Ньютона. Нить невесома. Значит, силы натяжения нити, действующая на каждый брусочек и на подвижный блок, имеет одинаковое по модулю значения. Нить нерастяжима. Поэтому можно составить уравнение кинематической связи между ускорениями брусочков и подвижного блока.

Ответ: $2,5\text{м/с}^2$

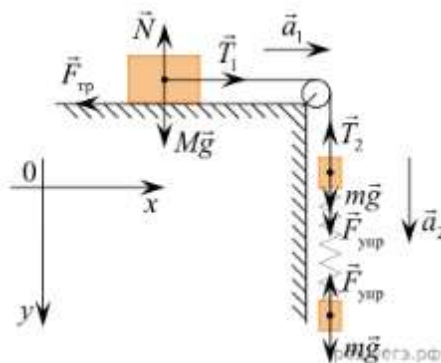
4. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Движение брусочка поступательное. Размерами грузика можно пренебречь. Поэтому их можно считать материальными точками. На брусочек действуют силы тяжести, натяжения нити, реакции опоры и трения. Для описания его движения можно применять второй закон Ньютона. Нить является невесомой, поэтому силы натяжения, действующие на брусочек и на грузик, равны по модулю. В ИСО изменение полной механической энергии равно работе всех непотенциальных сил. При движении грузика на него действует сила тяжести и сила натяжения нити, а сила сопротивления воздуха отсутствует (т.е работа заведомо равна нулю). Так как сила тяжести является потенциальной, а сила натяжения нити на всем пути грузика остается перпендикулярна его вектору скорости, то ее работа равна нулю, а значит равна нулю и работа всех непотенциальных сил. Поэтому систему «грузик - Земля» можно считать замкнутой. Значит, можно применить закон сохранения энергии.

Ответ: $h = \left(\frac{\mu M}{m} - 1\right) \frac{L}{2}$

5. **Обоснование.** Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей. Ее можно считать инерциальной (ИСО). Стержень можно описывать моделью абсолютно твердого тела (форма и размеры тела неизменны, расстояние между двумя точками тела остается неизменным). Любое движение твердого тела является суперпозицией поступательного и вращательного движений. Поэтому условий равновесия твердого тела в ИСО ровно два: одно - для поступательного движения, другое - для вращательного движения. В качестве оси, относительно которой будем считать сумму моментов сил, действующих на стержень, выберем ось, проходящую перпендикулярно плоскости рисунка через точку крепления шарнира A . Доска движется поступательно с постоянной скоростью, следовательно, сила, с которой он действует на доску, равна по модулю силе трения между доской и стержнем.

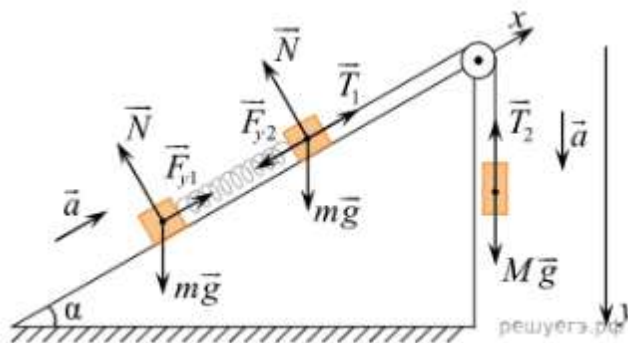
Ответ: 0,3.

6. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Тела движутся поступательно, поэтому их движение можно описывать моделью материальной точки. На груз действуют сила тяжести $M\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{T}_1 , сила трения, сила реакции опоры под действием которых груз движется с ускорением \vec{a}_1 . На верхний брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$ сила натяжения нити \vec{T}_2 , сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}1}$ на нижний брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}2}$ под действием которых бруски движутся с ускорением \vec{a}_2 . поскольку длина пружины во время движения не меняется. Нить невесома и нерастяжима, поэтому силы натяжения и ускорения тел по модулю одинаковы, то есть $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$. Так как пружина легкая, то $F_{\text{упр}1} = F_{\text{упр}2} = F_{\text{упр}}$. В ИСО можно применить второй закон Ньютона.



Ответ: 13 см.

7. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Тела движутся поступательно, поэтому их движение можно описывать моделью материальной точки. На груз действуют сила тяжести $M\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{T}_2 под действием которых груз движется с ускорением \vec{a}_2 . На первый (нижний) брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}1}$, на второй (верхний) брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}2}$ и сила натяжения нити \vec{T}_1 под действием которых бруски движутся с ускорением \vec{a}_1 , поскольку длина пружины во время движения не меняется. Заметим, что наклонная плоскость гладкая, следовательно, действием силы трения на оба бруска можно пренебречь. Нить невесома и нерастяжима, поэтому силы натяжения и ускорения тел по модулю одинаковы, $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$. Так как пружина легкая, то $F_{\text{упр}1} = F_{\text{упр}2} = F_{\text{упр}}$. В ИСО можно применить второй закон Ньютона.



Ответ: 30 см

8. Ответ: 900 м/с

9. **Обоснование.** Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Шарики имеют малые размеры по сравнению с длиной нити, поэтому будем считать их материальными точками. При пережигании нити пружина толкает оба шарика, действуя на шарики внутренней силой - силой упругости, все внешние силы, действующие на систему двух шариков, направлены вертикально (силы тяжести и натяжения нитей), поэтому сохраняется горизонтальная проекция импульса системы шариков, поскольку импульс пружины пренебрежимо мал из-за ее малой массы. В процессе движения каждого шарика на нити к верхней точке своей траектории на каждый из них действуют сила тяжести и сила натяжения нити. Изменение механической энергии шарика в ИСО равно работе всех непотенциальных

сил, приложенных к нему. В данном случае единственной такой силой является сила натяжения нити. Заметим, что в каждой точке траектории \vec{T} перпендикулярен \vec{v} , где \vec{v} - скорость шарика, поэтому работа силы \vec{T} равна нулю, а механическая энергия каждого шарика на этом участке его движения сохраняется.

Ответ: $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2$

10. Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Так как размеры гонщика малы, то будем описывать его моделью материальной точки. При движении до точки отрыва на гонщика действуют сила тяжести и сила реакции опоры. В ИСО изменение полной механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, действующих на тело. В данном случае такой силой является сила реакции опоры. В процессе движения до точки отрыва в любой точке траектории \vec{N} перпендикулярна \vec{v} , а значит ее работа равна нулю, следовательно, механическая энергия тела сохраняется. Значит, в ИСО можно применить закон сохранения энергии при движении гонщика до точки отрыва. После отрыва от трамплина гонщика его движение происходит в поле Земного тяготения. При криволинейном движении проекция ускорения свободного падения на ось Ox равна нулю, поэтому применимы законы прямолинейного равномерного движения. Проекция ускорения на ось Oy равна $-g$, поэтому применимы законы прямолинейного равноускоренного движения.

Ответ: $h = \frac{H}{4}$

11. Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Так как тела малы, то будем описывать их моделью материальных точек. Расставим все силы, действующие на тела. На тележку действует сила тяжести $M\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} . На шарик, подвешенный на нити, действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{T} . На летящий шар действует только сила тяжести $M\vec{g}$ (поскольку сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала). Поскольку эти силы являются внешними, а сумма их проекций на горизонтальную ось равна нулю, то система является замкнутой. Значит, в ИСО можно применить закон сохранения импульса. В ИСО изменение полной механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, действующих на тело. В данном случае на первый шарик действует только потенциальная сила тяжести (поскольку сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала). На тележку в процессе ее движения действует потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры, которая в любой точке траектории перпендикулярна вектору скорости (т.е ее работа равна нулю). На маленький шарик действует потенциальная сила тяжести mg и сила натяжения нити, которая в любой точке траектории перпендикулярна вектору его скорости, а значит ее работа равна нулю. Следовательно, механическая энергия системы сохраняется. Значит, в ИСО можно применить закон сохранения энергии для системы тел.

Ответ: 1,6 м/с.

12. Обоснование. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Тела считаем материальными точками. Для описания взаимодействия пули и шара использован закон сохранения импульса системы тел. Он выполняется в инерциальной системе отсчёта, если сумма внешних сил, приложенных к телам системы, равна нулю. В данном случае проекции внешних сил (силы тяжести и силы натяжения нити) на горизонтальную ось в момент взаимодействия равны нулю. Следовательно, можно использовать закон сохранения импульса в проекциях на эту ось. Для дальнейшего движения шара с застрявшей в нём пулей будет справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку сопротивлением воздуха по условию задачи можно пренебречь, а единственная неконсервативная сила, действующая на шар, — сила натяжения нити — не совершает работы при движении шара по окружности, поскольку она всюду перпендикулярна скорости движения шара. Условие минимальности v_0 означает, что шар совершает полный оборот в вертикальной плоскости, но при этом натяжение нити в верхней точке (и только в ней!) обращается в нуль.

Ответ: $m = 10$ г.

13. Обоснование. Введем инерциальную систему отсчета (ИСО), связанную с Землей. Тела движутся поступательно, размеры шарика малы по сравнению с размером нити, поэтому шарик и пулю можно описывать моделью материальной точки. Будем считать время взаимодействия пули и шарика малым,

чтобы нить за время соударения не успела заметно отклониться. Тогда все силы в момент соударения направлены вертикально. Следовательно, в ИСО при попадании пули в шарик сохраняется горизонтальная составляющая импульса системы "шарик + пуля". После попадания пули в шарик при движении тел по вертикальной окружности механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий тел $E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}}$. Изменение механической энергии тел в ИСО равно работе всех непотенциальных сил, приложенных к телу. Работа непотенциальной силы натяжения нити равна нулю, так как сила натяжения направлена перпендикулярно скорости в любой точке траектории. За нулевой уровень потенциальной энергии примем уровень положения равновесия шарика.

Ответ: 100 м/с.

14. Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. При движении пули по дулу пистолета на нее действуют силы тяжести, сила упругости и сила реакции опоры, не действуют сила трения (так как дуло можно считать абсолютно гладким) и сила сопротивления воздуха. В ИСО изменение полной механической энергии равно работе всех не потенциальных сил, действующих на тело. В данной задаче такой силой является сила реакции опоры. Так как в процессе движения по стволу ружья сила реакции опоры перпендикулярна поверхности, а тело движется горизонтально, то ее работа равна нулю и механическая энергия сохраняется в ИСО. При движении после вылета из трубки мы можем пренебречь действием силы сопротивления воздуха, значит, движение мяча происходит в поле Земного тяготения. Ось Ox направим горизонтально, ось Oy направим вертикально вверх. Тогда проекция вектора ускорения на ось Ox равна 0, поэтому для описания движения по горизонтали можно использовать законы прямолинейного равномерного движения. Проекция вектора ускорения на ось Oy равна $-g$, поэтому для описания движения по вертикали можно использовать законы прямолинейного равноускоренного движения.

Ответ: 48,5 см.

15. Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Поскольку размеры грузов малы, то их можно считать материальными точками. Так как внутренние силы взаимодействия, возникающие при неупругом соударении груза и чашки, довольно велики (т.к соударение длится короткий промежуток времени, а импульс каждого из тел изменился на конечную величину), то действием внешних сил на данные тела можно пренебречь. Значит, в ИСО можно применить закон сохранения импульса. Нить нерастяжима и невесома, поэтому третий груз приобретает такую же скорость, что и чашка с прилипшим к ней второй груз. По этим причинам суммарная работа непотенциальных сил натяжения нити равна нулю, а значит механическая энергия системы сохраняется. Следовательно, в ИСО можно применить закон сохранения энергии.

Ответ: 182 мм