

Задание №26

Механика (расчетная задача высокого уровня)

1. Однородный тонкий стержень массой $m = 1$ кг одним концом шарнирно прикреплен к потолку, а другим концом опирается на массивную горизонтальную доску, образуя с ней угол $\alpha = 30^\circ$. Под действием горизонтальной силы \vec{F} доска движется поступательно влево с постоянной скоростью (см. рис.). Стержень при этом неподвижен. Найдите F , если коэффициент трения стержня по доске $\mu = 0,2$. Трением доски по опоре и трением в шарнире пренебречь. Какие законы Вы используете для описания равновесия системы тел? Обоснуйте их применение к данному случаю.

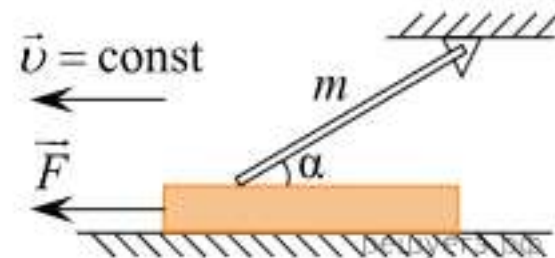
Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной. Движение доски поступательное.

Модуль силы трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$ действующей на доску, равен модулю силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ действующей на стержень по третьему закону Ньютона.

Кроме силы трения на стержень действуют сила реакции опоры, сила реакции шарнира, сила тяжести.

Стержень будем считать абсолютно твердым телом.

Ось, относительно которой будем рассматривать сумму моментов сил, проведем перпендикулярно плоскости чертежа через точку крепления стержня.



1. Однородный тонкий стержень массой $m = 1$ кг одним концом шарнирно прикреплен к потолку, а другим концом опирается на массивную горизонтальную доску, образуя с ней угол $\alpha = 30^\circ$. Под действием горизонтальной силы \vec{F} доска движется поступательно влево с постоянной скоростью (см. рис.). Стержень при этом неподвижен. Найдите F , если коэффициент трения стержня по доске $\mu = 0,2$. Трением доски по опоре и трением в шарнире пренебrecь. Какие законы Вы используете для описания равновесия системы тел? Обоснуйте их применение к данному случаю.

Решение: сумма проекций сил на ось Ox :

$$F_{\text{тр}} - F = 0$$

Силы реакции шарнира: $\vec{T} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$

По третьему закону Ньютона: $\vec{F}_{\text{тр}2} = -\vec{F}_{\text{тр}1}$

Отсюда: $F_{\text{тр}2} = F_{\text{тр}1} = F$

Так как стержень покоится, то сумма моментов относительно оси шарнира А равна нулю:

$$mg \frac{L}{2} \cos \alpha - F_{\text{тр}2} L \sin \alpha - NL \cos \alpha = 0$$

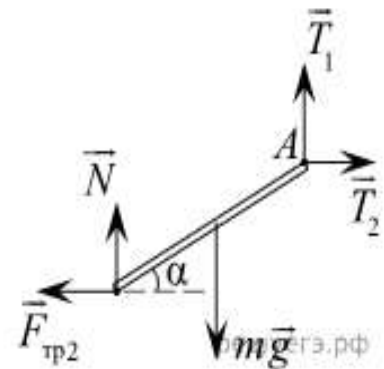
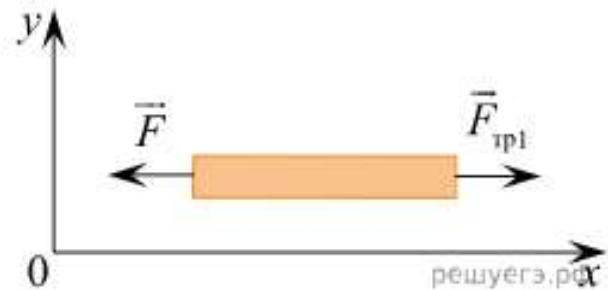
Так как доска движется относительно стержня, значит сила трения является силой трения скольжения: $F_{\text{тр}2} = \mu N$

Отсюда: $mg \cos \alpha - 2\mu \sin \alpha - 2N \cos \alpha = 0$

$$N = \frac{mg}{2(1 + \mu \tan \alpha)}$$

$$F = F_{\text{тр}2} = \mu N = \frac{\mu mg}{2(1 + \mu \tan \alpha)} = \frac{0,2 * 1 * 10}{2(1 + 0,2 * \tan 30)} \approx 0,9 \text{ Н}$$

Ответ: 0,9 Н



2. На последнем автосалоне в Детройте фирма «Мерседес» представила новый родстер с двигателем объёмом 4,7 литра, способный разогнаться от 0 до 100 км/ч за 4,8 секунды. Считая, что процесс разгона происходит по горизонтали и является равноускоренным, определите, под каким углом к горизонту направлена сила, действующая на водителя со стороны сиденья во время такого разгона. Какие законы Вы используете для описания движения водителя? Обоснуйте их применение.

Обоснование. Систему отсчета, связанную с дорогой, будем считать инерциальной.

Автомобиль движется поступательно.

Водители покоится относительно автомобиля и движется относительно дороги также поступательно.

Значит, водителя можно считать материальной точкой.

На него действуют сила тяжести, направленная вертикально вниз, и сила реакции опоры, направленная под некоторым углом к горизонту.

Силой трения между водителем и сиденьем можно пренебречь.

Водитель движется относительно дороги с тем же ускорением, что автомобиль. Для описания движения водителя можно применить второй закон Ньютона.

2. На последнем автосалоне в Детройте фирма «Мерседес» представила новый родстер с двигателем объёмом 4,7 литра, способный разогнаться от 0 до 100 км/ч за 4,8 секунды. Считая, что процесс разгона происходит по горизонтали и является равноускоренным, определите, под каким углом к горизонту направлена сила, действующая на водителя со стороны сиденья во время такого разгона. Какие законы Вы используете для описания движения водителя? Обоснуйте их применение.

Решение:

Скорость при разгоне с постоянным ускорением: $v = at$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{28}{4,8} \approx 5,79 \text{ м/с}^2$$

По второму закону Ньютона:

- по вертикали: $F_B = F_{\text{ТЯЖ}} = mg$

- по горизонтали: $F_T = F = ma$

Отсюда: тангенс угла наклона вектора \vec{F} к горизонту:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F_B}{F_T} = \frac{mg}{ma} = \frac{g}{a} = \frac{10}{5,79} \approx 1,73 \\ \alpha &\approx 60^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 60°

3. Из двух ровных досок сделан желоб, представляющий собой двугранный угол с раствором $2\alpha = 90^\circ$. Желоб закреплен так, что его ребро горизонтально, а доски симметричны относительно вертикали. В желобе на боковой поверхности лежит цилиндр массой $m = 1$ кг. Коэффициент трения между досками и цилиндром равен $\mu = 0,2$. К торцу цилиндра приложена горизонтально направленная сила $F = 3$ Н. Найдите модуль ускорения цилиндра. Какие законы Вы используете для описания движения цилиндра по желобу? Обоснуйте их применение.

Обоснование. Систему отсчета, связанную с желобом, будем считать инерциальной.

Цилиндр движется по желобу поступательно.

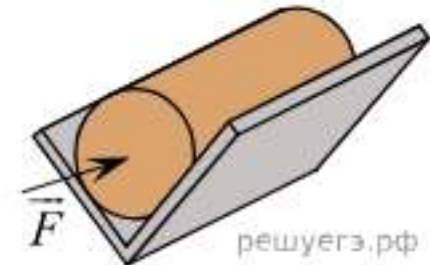
На цилиндр действуют сила тяжести, силы реакции опоры со стороны стенок желоба, сила трения скольжения.

Равнодействующая этих сил является причиной ускорения цилиндра.

Для описания движения цилиндра применим второй закон Ньютона.

При решении задачи учитывается, что для движения с ускорением на тело действует сила трения скольжения.

Значит, приложенная к цилиндру сила больше силы трения покоя.



3. Из двух ровных досок сделан желоб, представляющий собой двугранный угол с раствором $2\alpha = 90^\circ$. Желоб закреплен так, что его ребро горизонтально, а доски симметричны относительно вертикали. В желобе на боковой поверхности лежит цилиндр массой $m = 1$ кг. Коэффициент трения между досками и цилиндром равен $\mu = 0,2$. К торцу цилиндра приложена горизонтально направленная сила $F = 3$ Н. Найдите модуль ускорения цилиндра. Какие законы Вы используете для описания движения цилиндра по желобу? Обоснуйте их применение.

Решение:

По второму закону Ньютона:

$$mg = 2N \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2N \sin\alpha$$

$$N = \frac{mg}{2\sin\alpha}$$

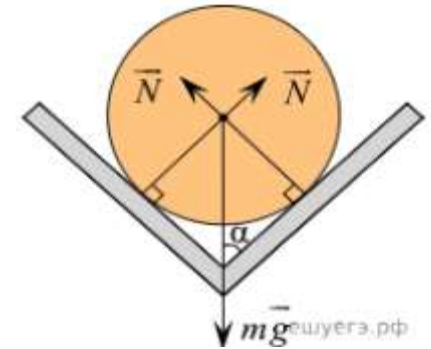
$$F_{\text{тр}} = \mu N = \frac{\mu mg}{2\sin\alpha}$$

По второму закону Ньютона в проекции на горизонтальную ось:

$$ma = F - 2F_{\text{тр}} = F - \frac{\mu mg}{\sin\alpha}$$

Отсюда: $a = \frac{F}{m} - \frac{\mu g}{\sin\alpha} \approx 0,2 \text{ м/с}^2$

Ответ: $0,2 \text{ м/с}^2$



4. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два груза массами $m_1 = 1\text{ кг}$ и $m_2 = 2\text{ кг}$ соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных (A и B) и один подвижный (O) невесомые блоки, как показано на рисунке. Оси блоков горизонтальны, трения в осях блоков нет. К оси O подвижного блока приложена некоторая направленная вертикально вниз сила, в результате чего ось O движется с ускорением $a_0 = 3\text{ м/с}^2$. Найдите модуль F этой силы. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы и блок. Какие законы Вы используете для описания движения брусков? Обоснуйте их применение.

Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной.

Бруски движутся поступательно.

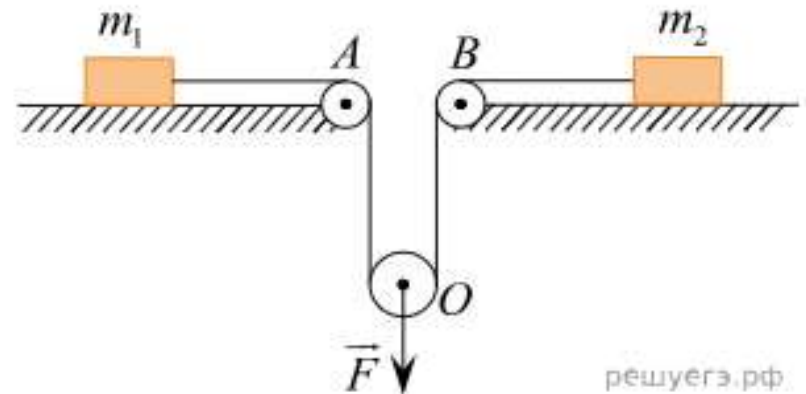
Подвижный блок невесом. На каждый брусок действуют сила тяжести и сила натяжения нити.

На гладкой поверхности и в блоках отсутствует сила трения.

Значит, для описания движения каждого бруска по горизонтальной поверхности в инерциальной системе отсчета под действием этой силы с ускорением можно применять второй закон Ньютона.

Нить невесома. Значит, силы натяжения нити, действующая на каждый брусок и на подвижный блок, имеет одинаковое по модулю значения.

Нить нерастяжима. Поэтому можно составить уравнение кинематической связи между ускорениями брусков и подвижного блока.



4. На гладкой горизонтальной плоскости лежат два груза массами $m_1 = 1\text{ кг}$ и $m_2 = 2\text{ кг}$ соединённые невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через два неподвижных (A и B) и один подвижный (O) невесомые блоки, как показано на рисунке. Оси блоков горизонтальны, трения в осях блоков нет. К оси O подвижного блока приложена некоторая направленная вертикально вниз сила, в результате чего ось O движется с ускорением $a_0 = 3\text{ м/с}^2$. Найдите модуль F этой силы. Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на грузы и блок. Какие законы Вы используете для описания движения брусков? Обоснуйте их применение.

Решение:

Уравнения движения грузов на ось X:

$$m_1 a_1 = T \quad m_2 a_2 = T$$

Так как блок O невесом: $F = 2T \quad T = \frac{F}{2}$

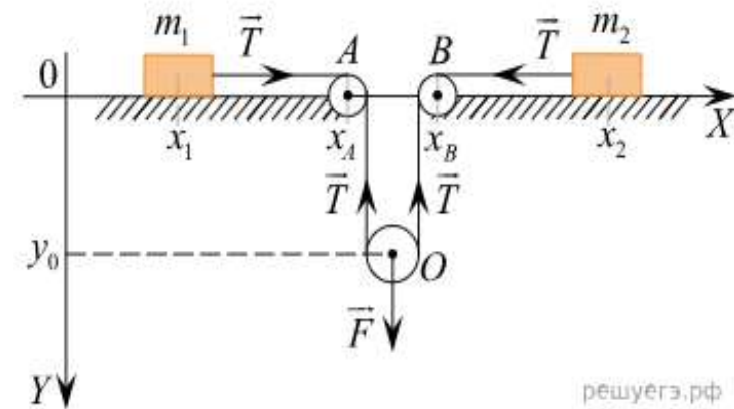
Так как нить нерастяжима и блоки A и B неподвижны, то кинематическая связь между координатами x_1 и x_2 грузов и координатой y_0 блока O:

$$x_A - x_1 + x_2 - x_B + \pi r + \pi R + 2y_0 = L$$

Значит: $-a_2 - a_1 + 2a_0 = 0$

$$\text{Отсюда: } a_1 = \frac{F}{2m_1} \quad a_2 = \frac{F}{2m_2} \quad a_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{F}{4} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$$

$$F = \frac{4a_0 m_1 m_2}{m_1 + m_2} = 8\text{ Н}$$



решуегз.рф

Ответ: 8 Н

5. На одном из концов невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый гладкий блок, подвешена гиря массой $m = 100$ г. Другой конец нити соединён с лёгкой пружиной, на которой подвешен груз массой $M = 400$ г. Блок жестко закреплен на потолке. Найдите жесткость пружины k , считая, что все тела движутся с постоянными ускорениями. Длина недеформированной пружины равна $l = 15$ см, а длина при движении $L = 19$ см. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела. Обоснуйте применимость законов к решению задачи.

Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной.

Тела движутся поступательно, поэтому их движение можно описывать моделью материальной точки.

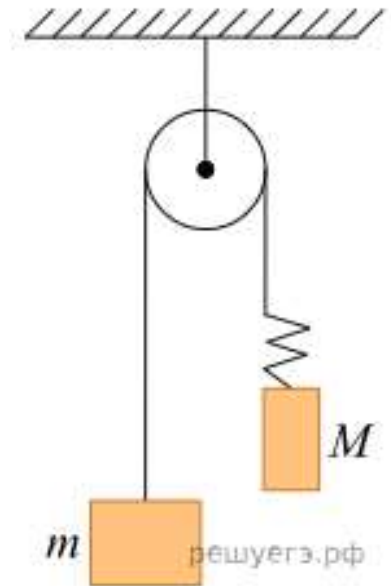
На гирю действуют сила тяжести $m\vec{g}$ сила натяжения нити \vec{T}_1 под действием которых она движется с ускорением \vec{a}_1 .

На груз действуют сила тяжести $M\vec{g}$ сила упругости $\vec{F}_{\text{упр1}}$ на пружину действуют сила упругости $\vec{F}_{\text{упр2}}$ и сила натяжения нити \vec{T}_2 под действием которых груз и пружина движутся с ускорением \vec{a}_2 поскольку длина пружины во время движения не меняется.

Нить невесома и нерастяжима, поэтому силы натяжения и ускорения тел по модулю одинаковы, то есть $T_1 = T_2 = T$ и $a_1 = a_2 = a$.

Так как пружина легкая, то $F_{\text{упр1}} = F_{\text{упр2}} = F_{\text{упр}}$.

Деформация пружины упругая, поэтому применим закон Гука.



5. На одном из концов невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый гладкий блок, подвешена гиря массой $m = 100$ г. Другой конец нити соединён с лёгкой пружиной, на которой подвешен груз массой $M = 400$ г. Блок жестко закреплен на потолке. Найдите жесткость пружины k , считая, что все тела движутся с постоянными ускорениями. Длина недеформированной пружины равна $l = 15$ см, а длина при движении $L = 19$ см. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на тела. Обоснуйте применимость законов к решению задачи.

Решение:

Так как пружина легкая, то: $F_{\text{упр}} = T$

Второй закон Ньютона для каждого тела:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{упр}} + M\vec{g} = M\vec{a}$$

В проекции на ось Y :

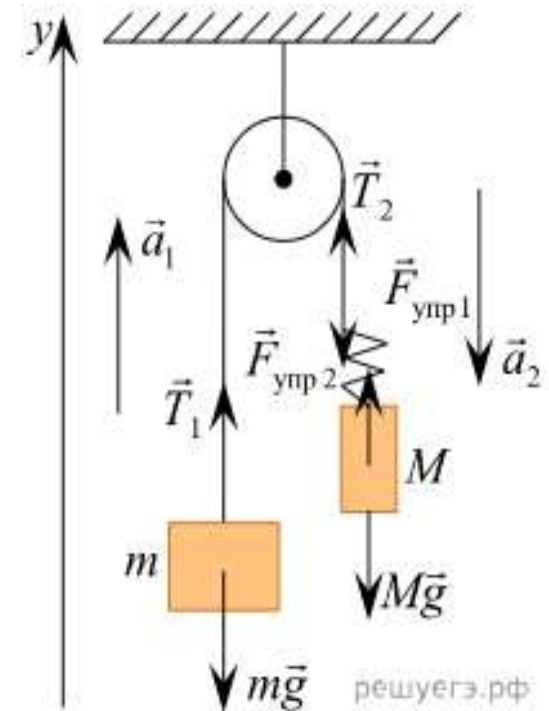
$$T - mg = ma$$

$$F_{\text{упр}} - Mg = Ma$$

Отсюда: $a = \frac{g(M-m)}{m+M}$ $F_{\text{упр}} = \frac{2mMg}{m+M}$

По закону Гука: $F_{\text{упр}} = k\Delta l$ $\Delta l = L - l$

Отсюда: $k = \frac{2mMg}{(m+M)(L-l)} = 40 \text{ Н/м}$



Ответ: 40 Н/м

6. На горизонтальном столе находится брусок массой $M = 1$ кг, соединённый невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через гладкий невесомый блок, с грузом массой $m = 500$ г. На брусок действует сила \vec{F} направленная под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рис.), $F = 9$ Н. В момент начала движения груз находится на расстоянии $L = 32$ см от края стола. Какую скорость V будет иметь груз в тот момент, когда он поднимется до края стола, если коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0,3$? Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на брусок и груз. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

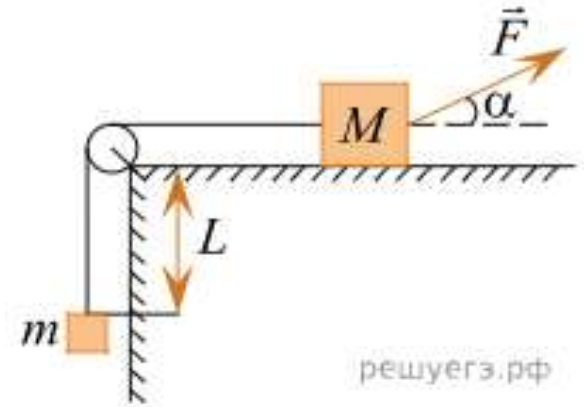
Обоснование. Задачу будем решать в инерциальной системе отсчёта, связанной со столом.

При нахождении ускорений тел будем применять второй закон Ньютона, сформулированный для материальных точек, поскольку тела движутся поступательно.

Трением в оси блока и о воздух пренебрежём; блок будем считать невесомым.

Так как нить нерастяжима, ускорения бруска и груза равны по модулю.

Так как блок и нить невесомы и трения в блоке нет, то силы натяжения нити, действующие на груз и брусок, одинаковы по модулю



6. На горизонтальном столе находится брусок массой $M = 1$ кг, соединённый невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через гладкий невесомый блок, с грузом массой $m = 500$ г. На брусок действует сила \vec{F} направленная под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (см. рис.), $F = 9$ Н. В момент начала движения груз находится на расстоянии $L = 32$ см от края стола. Какую скорость V будет иметь груз в тот момент, когда он поднимется до края стола, если коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0,3$? Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на брусок и груз. Обоснуйте применимость законов, используемых для решения задачи.

Решение:

Так как нить нерастяжима, то ускорения бруска и груза равны по модулю: $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$

Так как блок и нить невесомы и трения в блоке нет, то силы натяжения нити, действующие на груз и брусок:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$$

По второму закону Ньютона:

$$F \cos \alpha - T - F_{\text{тр}} = Ma \quad N + F \sin \alpha = Mg \quad F_{\text{тр}} = \mu N$$

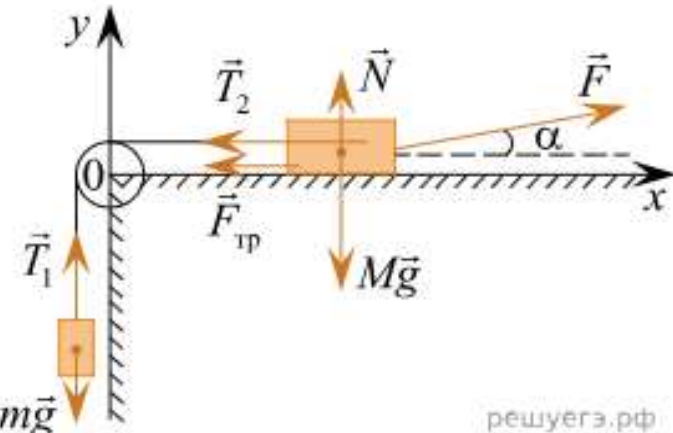
$$T - mg = ma$$

$$\text{Отсюда: } a = \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg - \mu Mg}{M + m}$$

Так как начальная скорость была равна нулю, $L = \frac{v^2}{2a}$

$$v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2L \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - mg - \mu Mg}{M + m}} = 0,7 \text{ м/с}$$

Ответ: 0,7 м/с



решуегэ.рф

7. На гладкой горизонтальной плоскости лежит закреплённый обруч радиусом $R = 100$ см, в центре которого покоится грузик массой $m = 2$ кг, к которому прикреплены четыре невесомые пружины (№№ 1–4), другие концы которых прикреплены к обручу через равные угловые промежутки по 90° (см. рис.). Две пружины напротив друг друга натянуты с одинаковыми силами $T = 2$ Н, а две остальные не натянуты и имеют одинаковые коэффициенты упругости $k = 2$ Н/м. Грузик смещают вдоль оси X , направленной перпендикулярно натянутым пружинам, на малое расстояние $x_0 = 2$ см от положения равновесия, и отпускают без начальной скорости в момент времени $t = 0$. Запишите закон движения грузика вдоль оси X . Какие законы Вы использовали для описания движения грузика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

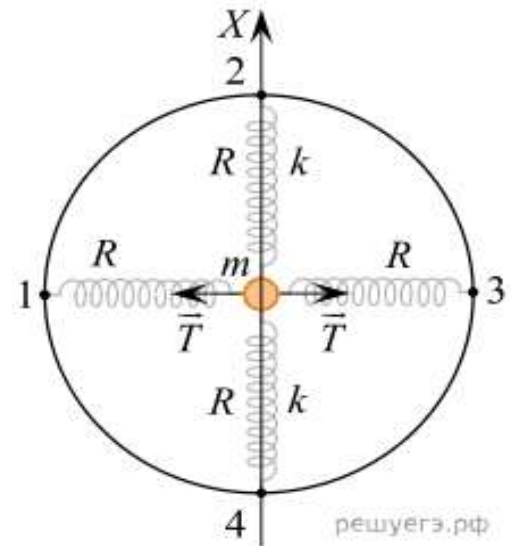
Обоснование. Рассмотрим задачу в инерциальной системе отсчета, связанной с Землей.

Равнодействующая сила направлена к центру, следовательно, тело движется с центростремительным ускорением.

Для материальной точки применимы законы равномерного движения по окружности.

При малых деформациях их можно считать упругими, поэтому для пружин верен закон Гука.

Тело находится на гладкой поверхности. Поэтому на него не действует сила трения. Поскольку начальное смещение грузика мало по сравнению с радиусом обруча, и трение отсутствует, то можно использовать закон Гука и рассчитывать на то, что колебания грузика будут гармоническими.



7. На гладкой горизонтальной плоскости лежит закреплённый обруч радиусом $R = 100$ см, в центре которого покоится грузик массой $m = 2$ кг, к которому прикреплены четыре невесомые пружины (№№ 1–4), другие концы которых прикреплены к обручу через равные угловые промежутки по 90° (см. рис.). Две пружины напротив друг друга натянуты с одинаковыми силами $T = 2$ Н, а две остальные не натянуты и имеют одинаковые коэффициенты упругости $k = 2$ Н/м. Грузик смещают вдоль оси X , направленной перпендикулярно натянутым пружинам, на малое расстояние $x_0 = 2$ см от положения равновесия, и отпускают без начальной скорости в момент времени $t = 0$. Запишите закон движения грузика вдоль оси X . Какие законы Вы использовали для описания движения грузика? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Решение:

По закону Гука: $F_2 = -kx_0$ $F_4 = -kx_0$ (из-за сжатия пружины 2 и растяжения пружины 4)

Натянутые с силами T пружины 1 и 3 поворачиваются на малый угол:

$$\alpha \approx \frac{x_0}{R} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ радиана}$$

Отсюда: $T_1 = T_3 \approx -T \cdot \alpha \approx -\frac{T \cdot x_0}{R}$

Второй закон Ньютона для грузика в проекции на ось X в момент времени $t = 0$:

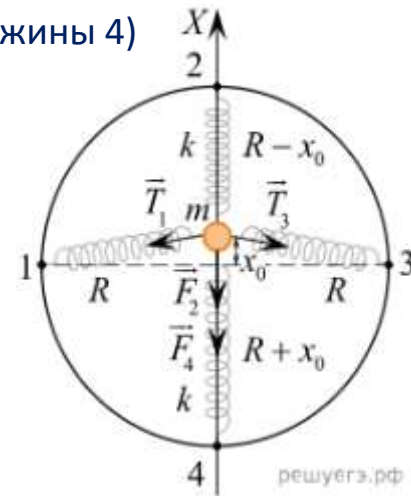
$$ma = F_2 + F_4 + T_1 + T_3 = -2 \left(k + \frac{T}{R} \right) \cdot x_0$$

Угловая частота: $\omega = \sqrt{\frac{a}{x_0}} = \sqrt{\frac{2(k + \frac{T}{R})}{m}} \approx 2 \text{ с}^{-1}$

При $t=0$ отклонение грузика максимально $x = x_0$ - это амплитуда возникающих гармонических колебаний. Затем отклонение x под действием возвращающих сил убывает и колебания происходят по косинусоидальному закону:

$$x(t) = x_0 \cos \omega t = 0,02 \cos(2t)$$

Ответ: $x(t) = x_0 \cos \omega t = 0,02 \cos(2t)$



8. Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии 2 м от него. Совершив работу 0,12 Дж, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на 2 см, а ее жесткость 100 Н/м? Какие законы Вы используете для описания характера изменения энергии тела? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей, будем считать инерциальной.

При движении пули по дулу пистолета на нее действуют силы тяжести, сила упругости и сила реакции опоры, не действуют сила трения (так как дуло можно считать абсолютно гладким) и сила сопротивления воздуха.

В ИСО изменение полной механической энергии равно работе всех непотенциальных сил, действующих на тело.

Силы тяжести и упругости потенциальны, а сила реакции опоры является непотенциальной.

Так как в процессе движения сила реакции опоры перпендикулярна вектору скорости, т.е ее работа равна нулю. Значит, $\Delta E_{\text{мех}} = 0$.

Значит, можно применить закон сохранения энергии.

При дальнейшем движении пули система «пуля - Земля» так же замкнута при отсутствии внешней силы сопротивления воздуха, что позволяет применить закон сохранения энергии, приняв за нулевой уровень высоты место расположения мишени.

8. Из пружинного пистолета выстрелили вертикально вниз в мишень, находящуюся на расстоянии 2 м от него. Совершив работу 0,12 Дж, пуля застряла в мишени. Какова масса пули, если пружина была сжата перед выстрелом на 2 см, а ее жесткость 100 Н/м? Какие законы Вы используете для описания характера изменения энергии тела? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Решение:

Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}$$
$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$

Вся энергия подлетающей к мишени пули потрачена на механическую работу: $\frac{mv_1^2}{2} = A$

Отсюда: $\frac{kx^2}{2} + mgh = A$

$$m = \frac{2A - kx^2}{2gh} = 0,005 \text{ кг}$$

Ответ: 0,005 кг

9. Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны $v_{пл} = 15$ м/с и $v_{бр} = 5$ м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом $\mu = 0,17$. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%? Какие законы Вы используете для описания взаимодействия пластилина и бруска и их дальнейшего движения? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Обоснование. Система отсчета, связанную с горизонтальной поверхностью, будем считать инерциальной.

Так как брусок и кусок пластилина движутся поступательно, то их можно считать материальными точками.

Ось Ox направим по начальной скорости бруска.

Система «брусок — кусок пластилина» является замкнутой, т. к. сумма проекций внешних сил тяжести на ось Ox равна нулю, а силы трения и сопротивления воздуха отсутствуют.

Значит, можно применять закон сохранения импульса для данной системы тел при неупругом соударении, после которого тела становятся одним целым.

При дальнейшем перемещении бруска с пластилином потенциальная энергия при движении по горизонтальной поверхности не изменяется, а работа внешней силы трения идет на изменение полной механической энергии тела.

Отсюда, возможно применение теоремы об изменении полной механической энергии тела.

9. Кусок пластилина сталкивается со скользящим навстречу по горизонтальной поверхности стола бруском и прилипает к нему. Скорости пластилина и бруска перед ударом направлены противоположно и равны $v_{\text{пл}} = 15$ м/с и $v_{\text{бр}} = 5$ м/с. Масса бруска в 4 раза больше массы пластилина. Коэффициент трения скольжения между бруском и столом $\mu = 0,17$. На какое расстояние переместятся слипшиеся брусок с пластилином к моменту, когда их скорость уменьшится на 30%? Какие законы Вы используете для описания взаимодействия пластилина и бруска и их дальнейшего движения? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Решение:

Пусть m – масса куска пластилина, M – масса бруска, u_0 - начальная скорость бруска с пластилином после взаимодействия.

Закон сохранения импульса: $Mv_{\text{бр}} - mv_{\text{пл}} = (M + m)u_0$

Так как $M = 4m$, то: $4m \frac{1}{3} v_{\text{пл}} - mv_{\text{пл}} = 5mu_0$

$$u_0 = \frac{1}{15} v_{\text{пл}}$$

По условию конечная скорость бруска с пластилином $u = 0,7u_0$

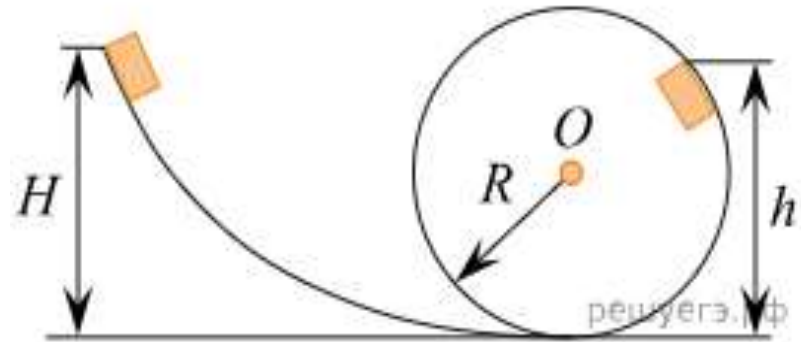
Закон изменения механической энергии:

$$\frac{(M + m)u_0^2}{2} = \frac{(M + m)u^2}{2} + \mu(M + m)gS$$

$$S = \frac{0,255}{225} \cdot \frac{v_{\text{пл}}^2}{\mu g} = 0,15 \text{ м}$$

Ответ: 0,15 м

10. Небольшой брусок массой $m = 1$ кг начинает соскальзывать с высоты H по гладкой горке, переходящей в мёртвую петлю (см. рис.). Определите высоту горки H , если на высоте $h = 2,5$ м от нижней точки петли брусок давит на её стенку с силой $F = 5$ Н, радиус окружности $R = 2$ м. Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение. Какие законы Вы использовали для описания движения бруска? Обоснуйте их применимость к данному случаю.



Обоснование. Рассмотрим задачу в системе отсчета, связанной с Землей.

Будем считать эту систему отсчета инерциальной (ИСО).

Брусок описываем моделью материальной точки, так как его размерами по сравнению с кольцом можно пренебречь.

При движении бруска по поверхности кольца на него действуют потенциальная сила тяжести и сила реакции опоры со стороны кольца, перпендикулярная его поверхности.

Работа силы реакции опоры при движении бруска равна нулю, сила трения отсутствует.

Тогда в ИСО можно применить закон сохранения энергии.

10. Небольшой брусок массой $m = 1$ кг начинает соскальзывать с высоты H по гладкой горке, переходящей в мёртвую петлю (см. рис.). Определите высоту горки H , если на высоте $h = 2,5$ м от нижней точки петли брусок давит на её стенку с силой $F = 5$ Н, радиус окружности $R = 2$ м. Сделайте рисунок с указанием сил, поясняющий решение. Какие законы Вы использовали для описания движения бруска? Обоснуйте их применимость к данному случаю.

Решение:

Второй закон Ньютона для бруска на высоте H :

$$N + mg \cos \alpha = ma_{ц}$$

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R}$$

$$N + mg \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$\cos \alpha = \frac{h - R}{R}$$

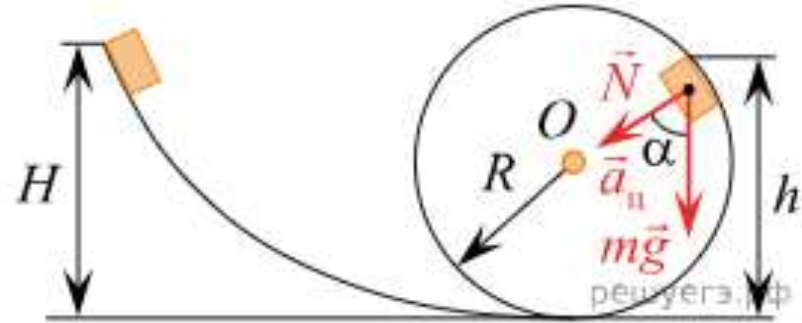
По третьему закону Ньютона: $N = F$

$$\text{Отсюда: } v^2 = \frac{R}{m} \left(F + mg \frac{h - R}{R} \right)$$

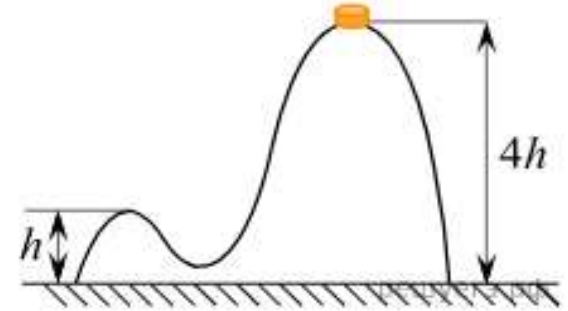
$$\text{Закон сохранения энергии: } mgH = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{Отсюда: } H = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{R}{2mg} \left(F + mg \frac{h - R}{R} \right) = 3,25 \text{ м}$$

Ответ: 3,25 м



11. На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится горка с двумя вершинами, высоты которых h и $4h$ (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба. Масса горки в 8 раз больше массы шайбы. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Найдите скорость шайбы на левой вершине горки. Какие законы Вы используете для описания взаимодействия горки и тела? Обоснуйте их применение к данному случаю.



Обоснование. Систему отсчета, связанную с Землей будем считать инерциальной.

Горка и тело движутся поступательно.

При движении шайбы по горке сила трения не действует, т. к. поверхность горки гладкая, а действием силы сопротивления воздуха в условиях данной задачи можно пренебречь.

Сумма проекций внешних сил (силы реакции опоры и силы тяжести) на горизонтальную ось равны нулю.

Тогда в ИСО можно применить закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось.

Работа всех непотенциальных сил на всем участке движения тел равны нулю, т.к силы реакции опоры в любой точке траектории перпендикулярна скорости шайбы (аналогичная ситуация наблюдается и для горки), а силы трения и сопротивления воздуха не действуют, значит, полная механическая энергия системы сохраняется.

11. На гладкой горизонтальной поверхности стола постоит горка с двумя вершинами, высоты которых h и $4h$ (см. рисунок). На правой вершине горки находится шайба. Масса горки в 8 раз больше массы шайбы. От незначительного толчка шайба и горка приходят в движение, причём шайба движется влево, не отрываясь от гладкой поверхности горки, а поступательно движущаяся горка не отрывается от стола. Найдите скорость шайбы на левой вершине горки. Какие законы Вы используете для описания взаимодействия горки и тела? Обоснуйте их применение к данному случаю.

Решение:

Закон сохранения импульса: $0 = -m_{\text{ш}} u_{\text{ш}} + M_{\text{Г}} V_{\text{Г}}$

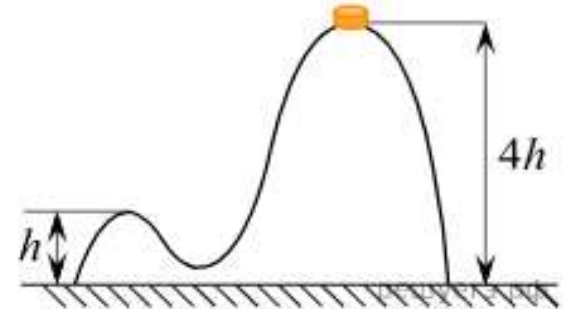
Закон сохранения энергии:

$$m_{\text{ш}} g 4h = m_{\text{ш}} g h + \frac{m_{\text{ш}} v_{\text{ш}}^2}{2} + \frac{M_{\text{Г}} V_{\text{Г}}^2}{2}$$

Так как $M_{\text{Г}} = 8m_{\text{ш}}$, то для скорости шайбы на левой вершине горки:

$$u_{\text{ш}} = 4 \sqrt{\frac{gh}{3}}$$

Ответ: $4 \sqrt{\frac{gh}{3}}$



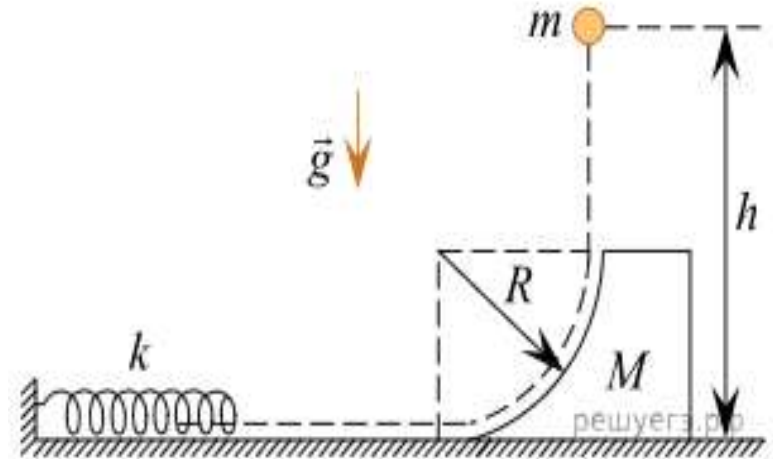
12. С высоты $h = 1$ над горизонтальной плоскостью падает без начальной скорости маленькое тело массой $m = 100$ г и попадает на высоте $R = \frac{h}{2}$ в начальную вертикальную часть гладкого жёлоба в виде четверти окружности радиусом R . Жёлоб вырезан в твёрдой подставке массой $M = 300$ г которая может скользить без трения по плоскости и до падения тела была неподвижной (см. рисунок). После того как тело покидает подставку, оно подлетает к свободному концу лёгкой горизонтальной пружины жёсткостью $k = 160$ Н/м другой конец которой закреплён, двигаясь в направлении оси этой пружины. Какова будет после этого максимальная деформация x пружины?

Обоснование. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной (ИСО).

Будем считать подставку абсолютно твёрдым телом, после взаимодействия которого с падающим на него телом механическая энергия системы сохраняется.

Так как трение о плоскость отсутствует, сохраняется нулевая горизонтальная проекция суммарного импульса системы из тела и подставки.

После покидания подставки и начала взаимодействия тела с пружиной его кинетическая энергия полностью превращается в потенциальную энергию пружины при максимальном её сжатии.



12. С высоты $h = 1$ над горизонтальной плоскостью падает без начальной скорости маленькое тело массой $m = 100$ г и попадает на высоте $R = \frac{h}{2}$ в начальную вертикальную часть гладкого жёлоба в виде четверти окружности радиусом R . Жёлоб вырезан в твёрдой подставке массой $M = 300$ г которая может скользить без трения по плоскости и до падения тела была неподвижной (см. рисунок). После того как тело покидает подставку, оно подлетает к свободному концу лёгкой горизонтальной пружины жёсткостью $k = 160$ Н/м другой конец которой закреплён, двигаясь в направлении оси этой пружины. Какова будет после этого максимальная деформация x пружины?

Решение:

Закон сохранения энергии: $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$

Закон сохранения импульса: $mv = Mv$

На втором этапе: $\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$

Отсюда: $x = v \sqrt{\frac{m}{k}}$ $v = \frac{vm}{M}$ $2mgh = v^2 \left(m + M \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right)$

$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{m}{M}}}$ $x = \sqrt{\frac{2mgh}{k \left(1 + \frac{m}{M} \right)}} = 0,097 \text{ м}$

Ответ: 0,097 м

