

ПЛАНИМЕТРИЯ. УГЛЫ

И. С. Маркова, О. А. Старова

Повторение изученного материала по планиметрии является важным компонентом процесса приобретения математических знаний. Систематическое эффективное повторение необходимо и для успешного прохождения различных видов контроля: тестов, зачетов и т. д. Без знаний свойств плоских фигур, умений решать треугольники, находить площади фигур и т. п. невозможно решать стереометрические задачи и, как следствие, показать высокие результаты на государственной итоговой аттестации, ЕГЭ.

Начинать повторение (и подготовку к ГИА) нужно как можно раньше. Методика организации повторения зависит от уровня знаний учеников, наличия или отсутствия отдельных пробелов в знаниях. Начинать повторение целесообразно по основным содержательным линиям программного материала. Предлагаем план повторения планиметрии:

1. Углы.
2. Окружность.
3. Треугольники.
4. Четырехугольники.
5. Многоугольники.
6. Декартовы координаты, векторы на плоскости.

Учитель на свое усмотрение планирует на каждый урок проведение определенного этапа повторения.

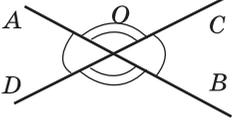
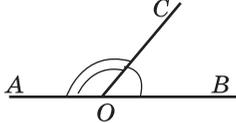
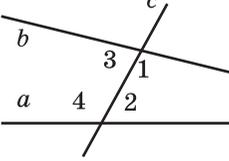
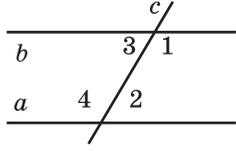
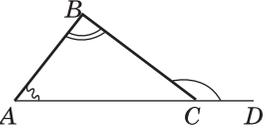
Поскольку на уроке, как правило, на повторение можно выделить не более 5–7 минут, то организовать работу можно таким образом:

- ✓ вопрос для повторения теоретического материала из определенной темы (блока) предлагается ученикам заранее (на предыдущем уроке). Ученики, которые самостоятельно вспомнят (найдут в учебниках, справочниках) соответствующие теоретические сведения, лучше смогут усвоить материал;
- ✓ на уроке теоретические сведения обобщаются с помощью опорных таблиц. Работать можно по готовым таблицам или составлять их во время выполнения устной работы;
- ✓ путем решения устных упражнений закрепить теоретический материал;

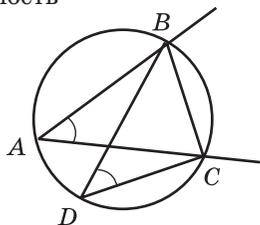
- ✓ проверить усвоение знаний и умений с помощью самостоятельной работы, математического диктанта, тестовой работы и т. п.

УГЛЫ

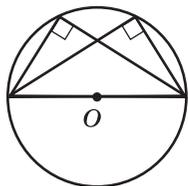
Опорный концепт

<p>Вертикальные</p> 	<p>$\angle AOD$ и $\angle BOC$ — вертикальные; $\angle AOC$ и $\angle BOD$ — вертикальные. $\angle AOD = \angle COB$; $\angle DOB = \angle COA$</p>
<p>Смежные</p> 	<p>$\angle AOC$ и $\angle COB$ — смежные. $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$</p>
<p>Внутренние односторонние</p> 	<p>$\angle 1$ и $\angle 2$; $\angle 3$ и $\angle 4$ — внутренние односторонние. Если $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ $(\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ)$, то $a \parallel b$.</p>
<p>Внутренние накрест лежащие</p> 	<p>$\angle 1$ и $\angle 4$; $\angle 2$ и $\angle 3$ — внутренние накрест лежащие. Если $\angle 1 = \angle 4$ ($\angle 2 = \angle 3$), то $a \parallel b$</p>
<p>Внешний угол треугольника</p> 	<p>$\angle BCD$ — внешний угол треугольника ABC при вершине C. $\angle BCD = \angle A + \angle B$ Сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360°</p>

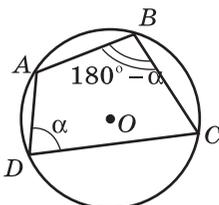
Вписанные в окружность



$\angle BAC$ — вписанный в окружность, опирается на дугу BC (хорду BC). Вписанные углы, которые опираются на одну дугу, равны.



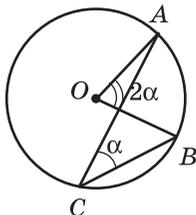
O — центр окружности. Вписанные углы, которые опираются на диаметр, прямые.



Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, — середина гипотенузы.

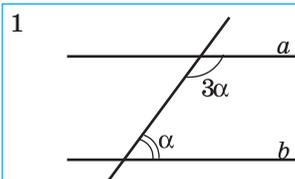
Если в четырехугольнике сумма противоположных углов равняется 180° , то его можно вписать в окружность

Центральные

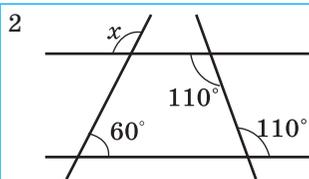


O — центр окружности; $\angle AOB$ — центральный угол соответствует вписанному углу $\angle ACB$.
 $\angle AOB = 2\angle ACB$

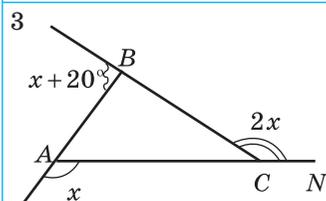
Задачи по готовым рисункам



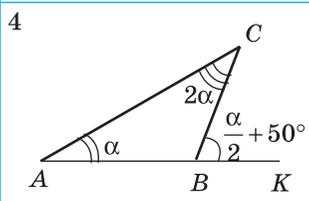
$a \parallel b$. Найдите α



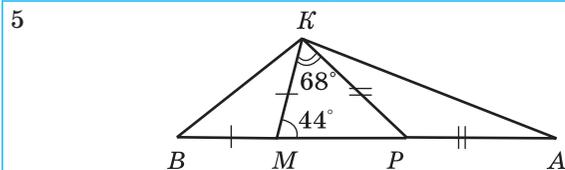
Найдите угол x



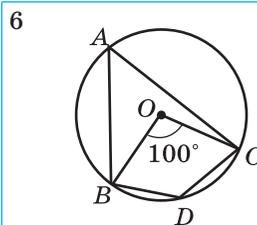
Найдите угол $\angle BCN$



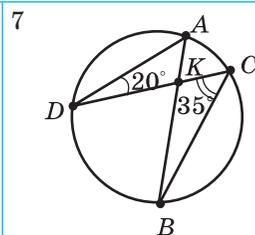
Найдите угол $\angle ABC$



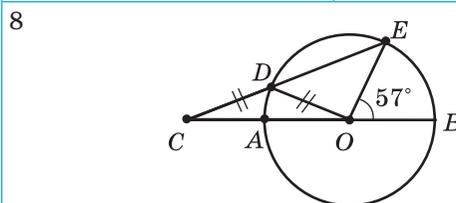
Найдите угол $\angle BKA$



Найдите угол $\angle BDC$, если точка O — центр окружности



Найдите угол $\angle DKB$



Найдите угол $\angle ECB$, если точка O — центр окружности

Задания для устной работы

- Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, равен 110° . Найдите величины остальных углов.
- Найдите величины смежных углов, если они пропорциональны числам 5:7.
- Разность двух углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 20° . Найдите больший из этих углов.
- Сумма трех углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 265° . Найдите меньший из этих углов.
- Один из внутренних односторонних углов при параллельных прямых и секущей в 17 раз меньше второго. Найдите больший из этих углов.
- Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен 40° . Найдите внутренние углы этого треугольника.
- Одна из сторон вписанного угла проходит через центр окружности, а вторая равна его радиусу. Найдите величину соответствующего центрального угла.
- Треугольники ABC и ABD вписаны в окружность (точки C и D лежат по одну сторону от прямой AB). Найдите величину $\angle ADB$, если $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle CBA = 70^\circ$.
- В треугольнике ABC
 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$.

Найдите углы, под которыми видно стороны треугольника ABC из центра окружности, описанной вокруг него.

Тестовые задания

Вариант 1

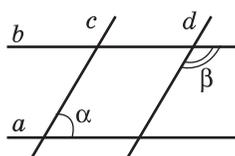
1. В треугольнике ABC $AB=BC$, $\angle ABC=36^\circ$. Найдите внешний угол треугольника при вершине C .

А	Б	В	Г
144°	120°	110°	108°

2. Углы треугольника относятся как 1:2:6. Чему равняется сумма наибольшего и наименьшего углов треугольника?

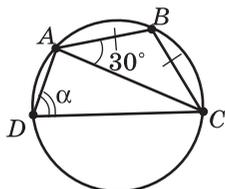
А	Б	В	Г
90°	100°	120°	140°

3. На рисунке изображены две пары параллельных прямых: $a \parallel b$ и $c \parallel d$. Чему равна сумма углов α и β ?



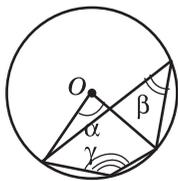
А	Б	В	Г
90°	180°	270°	Зависит от величины углов α и β

4. На рисунке изображен равнобедренный треугольник ABC ($AB=BC$), вписанный в окружность. Чему равен угол α ?



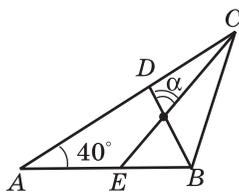
А	Б	В	Г
150°	120°	90°	60°

5. На рисунке изображена окружность с центром в точке O . Которое из приведенных утверждений является обязательно верным?



А	Б	В	Г
$\alpha = \beta$	$\alpha = \gamma$	$\beta = \frac{\alpha}{2}$	$\beta = \frac{\gamma}{2}$

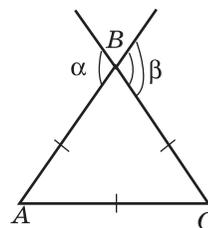
6. В треугольнике ABC , изображенном на рисунке, $AB=BC$, $\angle A=40^\circ$, отрезки CE и BD — биссектрисы. Чему равна величина угла α ?



А	Б	В	Г
50°	60°	70°	90°

Вариант 2

1. На рисунке изображен равносторонний треугольник ABC . Чему равна сумма углов α и β ?

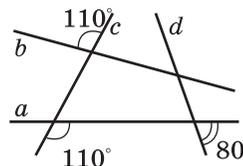


А	Б	В	Г
60°	120°	240°	180°

2. Найдите наибольший угол треугольника, если его углы относятся как 2:3:5.

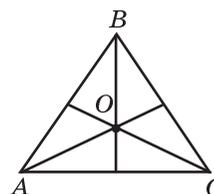
А	Б	В	Г
18°	36°	54°	90°

3. Какие из изображенных на рисунке прямых параллельны?



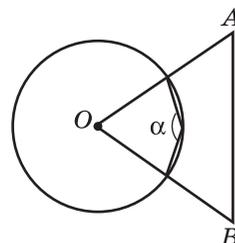
А	Б	В	Г
$a \parallel b$	$c \parallel d$	$a \parallel d$	На рисунке нет параллельных прямых

4. На рисунке изображен равносторонний треугольник ABC , O — точка пересечения его биссектрис. Чему равен угол BOC ?



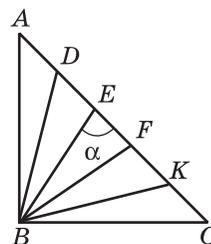
А	Б	В	Г
150°	135°	90°	120°

5. На рисунке изображена окружность с центром O и правильный треугольник OAB . Чему равен угол α ?



А	Б	В	Г
150°	135°	120°	90°

6. Треугольник ABC , изображенный на рисунке, прямоугольный, равнобедренный. Отрезки BD , BE , BF и BK делят прямой угол на пять равных углов. Чему равен угол α ?



А	Б	В	Г
54°	60°	63°	81°

Продолжение следует.