

12. Исследование функций

Блок 1. ФИПИ

I) Исследование степенных и иррациональных функций

Задание 1. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| 1) $y = x^3 - 27x + 14$; | 5) $y = x^3 + 9x^2 + 7$; | 9) $y = x^3 + 12x^2 + 36x + 20$; |
| 2) $y = x^3 - 75x + 10$; | 6) $y = x^3 + 6x^2 + 11$; | 10) $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 17$; |
| 3) $y = x^3 - 108x + 23$; | 7) $y = x^3 - 24x^2 + 13$; | 11) $y = x^3 + 16x^2 + 64x + 12$; |
| 4) $y = x^3 - 300x + 5$; | 8) $y = x^3 - 12x^2 + 9$; | 12) $y = x^3 + 10x^2 + 25x + 16$. |

Задание 2. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

- | | | |
|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $y = x^3 - 300x + 11$; | 3) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$; | 5) $y = x^3 - 14x^2 + 49x + 3$; |
| 2) $y = x^3 - 48x + 5$; | 4) $y = x^3 - 12x^2 + 36x$; | 6) $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 17$. |

Задание 3. Найдите наибольшее значение функции ...

- | | |
|--|---|
| 1) $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$ на отрезке $[-7; 0]$; | 5) $y = -7 + 75x - x^3$ на отрезке $[-5; 5]$; |
| 2) $y = x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-10; -1]$; | 6) $y = x^3 + 2x^2 + x - 7$ на отрезке $[-3; -0,5]$; |
| 3) $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$; | 7) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ на отрезке $[0; 3]$; |
| 4) $y = -7 + 243x - x$ на отрезке $[-9; 9]$; | 8) $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$ на отрезке $[-1; 3]$. |

Задание 4. Найдите наименьшее значение функции ...

- | | |
|---|--|
| 1) $y = 12x^2 - x^3 + 3$ на отрезке $[-5; 6]$; | 5) $y = 11 + 48x - x^3$ на отрезке $[-4; 4]$; |
| 2) $y = 18x^2 - x^3 + 19$ на отрезке $[-7; 10]$; | 6) $y = 19 + 192x - x^3$ на отрезке $[-8; 8]$; |
| 3) $y = 9x^2 - x^3 + 11$ на отрезке $[-4; 4]$; | 7) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 21$ на отрезке $[-3; 0]$; |
| 4) $y = 21x^2 - x^3 + 5$ на отрезке $[-5; 9]$; | 8) $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$. |

Задание 5. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

1) $y = x^{\frac{3}{2}} - 18x + 29$;

2) $y = x^{\frac{3}{2}} - 21x + 11$.

Задание 6. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

1) $y = 4 + 9x - x^{\frac{3}{2}}$;

2) $y = 17 + 27x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

Задание 7. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 5 + 6x - x\sqrt{x}$ на отрезке $[14; 23]$;

3) $y = 11 + 6x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0; 21]$;

2) $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$;

4) $y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 10]$.

Задание 8. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = x\sqrt{x} - 6x + 3$ на отрезке $[0; 40]$;

3) $y = x\sqrt{x} - 9x + 23$ на отрезке $[1; 49]$;

2) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$ на отрезке $[9; 36]$;

4) $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 1$ на отрезке $[1; 9]$.

II) Исследование произведений

Задание 9. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (x-4)^2(x+5) + 8$;

3) $y = (x+8)^2(x+7) - 10$;

2) $y = (x-6)^2(x-3) + 5$;

4) $y = (x+8)^2(x-9) - 7$.

Задание 10. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (x-1)^2(x+4) + 10$;

3) $y = (x-10)^2(x-4) + 2$;

2) $y = (x+7)^2(x+1) - 6$;

4) $y = (x+13)^2(x-2) - 9$.

Задание 11. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (x+3) \cdot e^{3-x}$;

2) $y = (x+2) \cdot e^{2-x}$;

3) $y = (4-x) \cdot e^{x+4}$;

4) $y = (9-x) \cdot e^{x+9}$.

Задание 12. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (x+5) \cdot e^{x-5}$;

3) $y = (7-x) \cdot e^{7-x}$;

2) $y = (x+16) \cdot e^{x-16}$;

4) $y = (3-x) \cdot e^{3-x}$.

Задание 13. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = (x+5)^2 \cdot e^{2-x};$

3) $y = (x-11)^2 \cdot e^{x-7};$

2) $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x};$

4) $y = (x-7)^2 \cdot e^{x-8}.$

Задание 14. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (x^2 - 11x + 11) \cdot e^{x+13};$

3) $y = (x^2 - 6x + 6) \cdot e^{x-9};$

2) $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27};$

4) $y = (x^2 - 10x + 10) \cdot e^{x-21}.$

Задание 15. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = (x+10)^2(x+9)+1$ на отрезке $[-12; -9,5];$

4) $y = (x+6)^2(x-4)+3$ на отрезке $[-11; -1];$

2) $y = (x+5)^2(x+4)+7$ на отрезке $[-6; -4,5];$

5) $y = (x-8)^2(x-9)-10$ на отрезке $[2; 8,5];$

3) $y = (x+9)^2(x-5)+8$ на отрезке $[-14; -8];$

6) $y = (x-1)^2(x-10)-1$ на отрезке $[-1; 6].$

Задание 16. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = (x+3)^2(x+7)+10$ на отрезке $[-5; 6];$

4) $y = (x-10)^2(x+10)-7$ на отрезке $[8; 18];$

2) $y = (x+5)^2(x+6)-8$ на отрезке $[-5,5; 1];$

5) $y = (x-8)^2(x-2)-3$ на отрезке $[5; 17];$

3) $y = (x-1)^2(x+3)+4$ на отрезке $[0; 8];$

6) $y = (x-10)^2(x-7)-4$ на отрезке $[9; 14].$

Задание 17. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = (x^2 - 3x + 3) \cdot e^{3-x}$ на отрезке $[2; 5];$

3) $y = (x-27) \cdot e^{28-x}$ на отрезке $[23; 40];$

2) $y = (x^2 - 12x + 12) \cdot e^{12-x}$ на отрезке $[8; 13];$

4) $y = (2x-6) \cdot e^{13-4x}$ на отрезке $[2; 14].$

Задание 18. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = (3x^2 + 21x - 21) \cdot e^x$ на отрезке $[-5; 3];$

3) $y = (3x^2 - 36x + 36) \cdot e^{x-10}$ на отрезке $[8; 11];$

2) $y = (2x^2 + 16x - 16) \cdot e^x$ на отрезке $[-2; 5];$

4) $y = (2x^2 - 28x + 28) \cdot e^{x-12}$ на отрезке $[9; 15].$

Задание 19. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x}$ на отрезке $[0; 6]$;

3) $y = (x - 4) \cdot e^{2x-7}$ на отрезке $[2; 11]$;

2) $y = (x^2 - 8x + 8) \cdot e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$;

4) $y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-9; -2]$.

III) Исследование частных

Задание 20. Найдите точку максимума функции ...

1) $y = -\frac{x^2+1}{x}$;

3) $y = -\frac{x^2+25}{x}$;

5) $y = -\frac{x^2+36}{x}$;

2) $y = -\frac{x}{x^2+169}$;

4) $y = -\frac{x}{x^2+225}$;

6) $y = -\frac{x}{x^2+441}$.

Задание 21. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = -\frac{x^2+196}{x}$;

3) $y = -\frac{x^2+16}{x}$;

5) $y = -\frac{x^2+361}{x}$;

2) $y = -\frac{x}{x^2+289}$;

4) $y = -\frac{x}{x^2+256}$;

6) $y = -\frac{x}{x^2+324}$.

Задание 22. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = \frac{x^2+9}{x}$ на отрезке $[-11; -1]$;

3) $y = \frac{x^2+25}{x}$ на отрезке $[-12; -1]$;

2) $y = \frac{x^2+121}{x}$ на отрезке $[-20; -1]$;

4) $y = \frac{x^2+16}{x}$ на отрезке $[-10; -1]$.

Задание 23. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = \frac{x^2+36}{x}$ на отрезке $[1; 17]$;

4) $y = \frac{x^2+9}{x}$ на отрезке $[1; 11]$;

2) $y = \frac{x^2+484}{x}$ на отрезке $[2; 33]$;

5) $y = \frac{x^2+49}{x}$ на отрезке $[1; 19]$;

3) $y = \frac{x^2+81}{x}$ на отрезке $[4; 20]$;

6) $y = \frac{x^2+441}{x}$ на отрезке $[2; 32]$.

IV) Исследование логарифмических и показательных функций

Задание 24. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

1) $y = x^2 - 33x + 136 \ln x + 74$;

3) $y = 0,5x^2 - 11x + 28 \ln x + 9$;

2) $y = x^2 - 34x + 140 \ln x - 10$;

4) $y = 0,5x^2 - 18x + 80 \ln x - 5$.

Задание 24. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

- | | |
|---|--|
| 5) $y = 0,5x^2 - 21x + 110\ln x + 43$; | 7) $y = 1,5x^2 - 45x + 150\ln x + 8$; |
| 6) $y = 0,5x^2 - 8x + 15\ln x - 8$; | 8) $y = 1,5x^2 - 51x + 216\ln x + 3$. |

Задание 25. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

- | | |
|---|---|
| 1) $y = 2x^2 - 23x + 33 \cdot \ln x - 17$; | 3) $y = 1,5x^2 - 27x + 42 \cdot \ln x - 10$; |
| 2) $y = 0,5x^2 - 28x + 96 \cdot \ln x + 31$; | 4) $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$. |

Задание 26. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $y = \ln(x+11) - 4x + 5$; | 5) $y = \ln(x-13) - 2x + 7$; |
| 2) $y = \ln(x+7) - 10x + 11$; | 6) $y = \ln(x-9) - 2x + 12$; |
| 3) $y = \ln(x+2) - 5x + 13$; | 7) $y = \ln(x-7) - 2x - 3$; |
| 4) $y = \ln(x+5) - 4x + 3$; | 8) $y = \ln(x-2) - 10x + 11$. |

Задание 27. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) $y = 2x - \ln(x+7) + 9$; | 3) $y = 10x - \ln(x-5) - 3$; |
| 2) $y = 9x - 9\ln(x+3) + 4$; | 4) $y = 3x - 3\ln(x-7) - 8$. |

Задание 28. (ОБЗ) Найдите точку максимума функции ...

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $y = \ln(x+3)^7 - 7x - 9$; | 3) $y = \ln(x-5)^3 - 6x - 5$; |
| 2) $y = \ln(x-4)^6 - 6x + 13$; | 4) $y = 4\ln(x+1)^5 - 25x + 3$. |

Задание 29. (ОБЗ) Найдите точку минимума функции ...

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $y = 9x - \ln(x-2)^9 - 8$; | 3) $y = 10x - \ln(x+3)^5 + 7$; |
| 2) $y = 8x - \ln(x+4)^8 + 7$; | 4) $y = 12x - \ln(x-4)^6 - 9$. |

Задание 30. (ОБЗ) Найдите наибольшее значение функции ...

- | | |
|--|--|
| 1) $y = 10\ln(x+9) - 10x - 7$ на отрезке $[-8,5; 0]$; | |
| 2) $y = 11\ln(x+4) - 11x - 5$ на отрезке $[-3,5; 0]$; | |
| 3) $y = 3\ln(x+2) - 3x + 10$ на отрезке $[-1,5; 0]$; | 5) $y = 7\ln(x+6) - 7x + 5$ на отрезке $[-5,5; 0]$; |
| 4) $y = 5\ln(x+9) - 5x - 8$ на отрезке $[-8,5; 0]$; | 6) $y = 9\ln(x+7) - 9x + 4$ на отрезке $[-6,5; 0]$. |

Задание 31. (ОБЗ) Найдите наименьшее значение функции ...

- 1) $y = 9x - 9\ln(x+1) + 7$ на отрезке $[-10, 5; 0]$;
- 2) $y = 12x - 12\ln(x+2) + 7$ на отрезке $[-1, 5; 0]$.

Задание 32. (ОБЗ) Найдите наибольшее значение функции ...

- | | |
|---|--|
| 1) $y = \ln(8x) - 8x + 7$ на
отрезке $\left[\frac{1}{16}; \frac{5}{16}\right]$; | 2) $y = \ln(7x) - 7x + 9$ на
отрезке $\left[\frac{1}{13}; \frac{1}{3}\right]$. |
|---|--|

Задание 33. (ОБЗ) Найдите наименьшее значение функции ...

- | | |
|---|--|
| 1) $y = 12x - \ln(12x) + 4$ на
отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$; | 2) $y = 13x - \ln(13x) + 13$ на
отрезке $\left[\frac{1}{15}; \frac{1}{11}\right]$. |
|---|--|

Задание 34. (ОБЗ) Найдите наибольшее значение функции ...

- | | |
|---|---|
| 1) $y = \ln(x+4)^5 - 5x$ на
отрезке $[-3, 5; 0]$; | 3) $y = \ln(x+8)^3 - 3x$ на
отрезке $[-7, 5; 0]$; |
| 2) $y = \ln(x+6)^3 - 3x$ на
отрезке $[-5, 5; 0]$; | 4) $y = \ln(x+9)^5 - 5x$ на
отрезке $[-8, 5; 0]$. |

Задание 35. (ОБЗ) Найдите наименьшее значение функции ...

- | | |
|---|---|
| 1) $y = 9x - \ln(x+4)^9$ на
отрезке $[-3, 5; 0]$; | 3) $y = 3x - \ln(x+3)^3$ на
отрезке $[-2, 5; 0]$; |
| 2) $y = 5x - \ln(x+8)^5$ на
отрезке $[-7, 5; 0]$; | 4) $y = 9x - \ln(x+5)^9$ на
отрезке $[-4, 5; 0]$. |

Задание 36. Найдите наименьшее значение функции ...

- | | |
|---|--|
| 1) $y = e^{2x} - 2e^x + 8$ на отрезке $[-2; 1]$; | 3) $y = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$; |
| 2) $y = e^{2x} - 4e^x - 5$ на отрезке $[-1; 2]$; | 4) $y = e^{2x} - 6e^x - 1$ на отрезке $[1; 2]$. |

V) Исследование тригонометрических функций

Задание 37. Найдите точку максимума функции ...

- 1) $y = (2x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$;
- 2) $y = (4x - 6) \cdot \cos x - 4 \sin x + 9$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Задание 38. Найдите точку минимума функции ...

1) $y = (1 - 2x) \cdot \cos x + 2 \sin x + 7$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$;

2) $y = (6 - 4x) \cdot \cos x + 4 \sin x + 12$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Задание 39. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 43x - 40 \sin x + 34$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

3) $y = 85x - 83 \sin x + 55$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

2) $y = 59x - 56 \sin x + 42$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

4) $y = 33x - 30 \sin x + 29$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Задание 40. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 18x - 10 \sin x + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

3) $y = 6 \sin x - 9x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$;

2) $y = 8x - 2 \sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

4) $y = 32 \sin x - 35x + 30$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Задание 41. (ОБЗ) Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 4 \cos x + 13x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

3) $y = 3 \cos x - 5x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$;

2) $y = 13 \cos x + 17x + 21$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$;

4) $y = 10 \cos x - 14x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Задание 42. (ОБЗ) Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 10 \sin x - \frac{36x}{\pi} + 7$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$;

3) $y = 2 \cos x - \frac{12}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

2) $y = 10 \sin x - \frac{42x}{\pi} - 12$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$;

4) $y = 4 \cos x - \frac{24}{\pi}x - 7$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Задание 43. (ОБЗ) Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 10\cos x + \frac{36x}{\pi} - 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

3) $y = 4\cos x + \frac{21}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

2) $y = 12\cos x + \frac{45x}{\pi} - 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$;

4) $y = 8\cos x + \frac{30}{\pi}x + 19$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Задание 44. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 20x - 20\operatorname{tg}x - 36$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

2) $y = 25x - 25\operatorname{tg}x + 41$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

3) $y = 31x - 31\operatorname{tg}x + 13$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

5) $y = 13\operatorname{tg}x - 13x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

4) $y = 32x - 32\operatorname{tg}x - 14$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$;

6) $y = 12\operatorname{tg}x - 12x - 15$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Задание 45. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 3x - 3\operatorname{tg}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

3) $y = 38x - 38\operatorname{tg}x + 20$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

2) $y = 7x - 7\operatorname{tg}x - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$;

4) $y = 43x - 43\operatorname{tg}x - 35$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Задание 46. Найдите наибольшее значение функции ...

1) $y = 20\operatorname{tg}x - 20x + 5\pi - 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;

3) $y = -\operatorname{tg}x + 2x - 0,5\pi + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$;

2) $y = 36\operatorname{tg}x - 36x + 9\pi - 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;

4) $y = -3\operatorname{tg}x + 6x - 1,5\pi + 12$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Задание 47. Найдите наименьшее значение функции ...

1) $y = 10\operatorname{tg}x - 20x + 5\pi - 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$;

2) $y = 14\operatorname{tg}x - 28x + 7\pi - 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.