

18. Задача с параметром**Часть 1. ФИПИ****I) Функции**

1.1. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=4x^2-4ax+a^2+2a+2$ на множестве $|x|\geq 1$ не меньше 6.

1.2. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=4x^2+4ax+a^2-2a+2$ на множестве $|x|\geq 1$ не меньше 6.

1.3. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=4x^2-4ax+a^2+2a+2$ на множестве $1\leq|x|\leq 3$ не меньше 6.

1.4. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=4x^2+4ax+a^2-2a+2$ на множестве $1\leq|x|\leq 3$ не меньше 6.

II) Уравнения

2.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $((a-1)x^2+3x)^2-2((a-1)x^2+3x)+1-a^2=0$ имеет ровно два решения.

2.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $((a-2)x^2+6x)^2-4((a-2)x^2+6x)+4-a^2=0$ имеет ровно два решения.

3.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{x-2a}{x+2}+\frac{x-1}{x-a}=1$ имеет ровно один корень.

3.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{x-2a}{x+1}+\frac{x-2}{x-a}=1$ имеет ровно один корень.

4.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^3+x^2-9a^2x-2x+a}{x^3-9a^2x}=1$ имеет ровно один корень.

4.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{x^3+x^2-4a^2x-6x+a}{x^3-4a^2x}=1$ имеет ровно один корень.

5.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{4x^2-a^2}{x^2+6x+9-a^2}=0$ имеет ровно два различных корня.

5.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{9x^2 - a^2}{x^2 + 8x + 16 - a^2} = 0$ имеет ровно два различных корня.

6.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 + ax - 2x^2 - 6a - 3x + 9|x| = 0$ имеет четыре различных корня.

6.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 + 4ax - 5x^2 - 6a - 12x + 18|x| = 0$ имеет четыре различных корня.

7.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 + ax - 2x^2 - 6a - 3x + 9|x| = 0$ имеет менее четырёх различных корней.

7.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 + 4ax - 5x^2 - 6a - 12x + 18|x| = 0$ имеет менее четырёх различных корней.

8.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a|x - 4| = \frac{5}{x + 1}$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет ровно два корня.

8.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a|x - 5| = \frac{3}{x + 1}$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет ровно два корня.

9.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{5}{x + 2} = a|x - 3|$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет более двух корней.

9.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{2}{x + 1} = a|x - 5|$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет более двух корней.

9.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{3}{x + 1} = a|x - 2|$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет более двух корней.

9.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{2}{x + 1} = a|x - 3|$ на промежутке $[0; +\infty)$ имеет более двух корней.

10.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{5}{x} - 3\right| = ax - 2$ на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

10.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{5}{x} - 4\right| = ax - 1$ на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

10.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{6}{x}-2\right|=ax-1$ на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

10.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{6}{x}-5\right|=ax-1$ на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

11.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|2x^2-3x-2|=a-2x^2-8x$ либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

11.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|2x^2+3x-2|=8x-2x^2-a$ либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

12.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2-2ax+7|=|6a-x^2-2x-1|$ имеет более двух различных корней.

12.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2-2ax+12|=|8a-x^2-4x+4|$ имеет более двух различных корней.

13.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2+a^2-7x-5a|=x+a$ имеет ровно четыре различных корня.

13.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2+a^2-6x-4a|=2x+2a$ имеет ровно четыре различных корня.

14.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2+a^2-x-7a=|7x-a|$ имеет ровно два различных корня.

14.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2+a^2+x-7a=|7x+a|$ имеет больше двух различных корней.

15.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2-|x+2+a|=|x-a-2|-(a+2)^2$ имеет единственный корень.

15.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2-|x+3+a|=|x-a-3|-(a+3)^2$ имеет единственный корень.

15.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2-|x-4+a|=|x-a+4|-(4-a)^2$ имеет единственный корень.

15.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2-|x+6-a|=|x+a-6|-(a-6)^2$ имеет единственный корень.

16.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a+7)^2 = |x-7-a| + |x+a+7|$ имеет единственный корень.

16.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a+4)^2 = |x-4-a| + |x+a+4|$ имеет единственный корень.

16.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (1-a)^2 = |x-1+a| + |x-a+1|$ имеет единственный корень.

16.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (a-3)^2 = |x+3-a| + |x+a-3|$ имеет единственный корень.

17.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^4 + (a-4)^2 = |x-a+4| + |x+a-4|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

17.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^4 + (a-3)^2 = |x-a+3| + |x+a-3|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

18.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $(|x+1| + |x-a|)^2 - 2(|x+1| + |x-a|) + 4a(1-a) = 0$ имеет ровно два решения.

18.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $(|x+3| + |x-a|)^2 - 6(|x+3| + |x-a|) + 5a(6-5a) = 0$ имеет ровно два решения.

18.3. Найдите все значения a , при которых уравнение $(|x+9| - |x-a|)^2 - 9a(|x+9| - |x-a|) + 8a^2 + 28a - 16 = 0$ имеет ровно два решения.

18.4. Найдите все значения a , при которых уравнение $(|x+7| - |x-a|)^2 - 13a(|x+7| - |x-a|) + 30a^2 + 21a - 9 = 0$ имеет ровно два решения.

19.1. (Демо) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(|x-a^2| + |x+1|)^2 - 7(|x-a^2| + |x+1|) + 4a^2 + 4 = 0$ имеет ровно 2 различных корня.

19.2. (Демо) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(|x-a^2| + |x+1|)^2 - 8(|x-a^2| + |x+1|) - a^2 + 17 = 0$ имеет ровно 2 различных корня.

20.1. Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $x^{10} + (a-2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$ имеет более трёх различных решений.

20.2. Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $8x^6 + (a-|x|)^3 + 2x^2 - |x| + a = 0$ имеет более трёх различных решений.

21.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $8a + \sqrt{7+6x-x^2} = ax+4$ имеет единственный корень.

21.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $6a + \sqrt{5+4x-x^2} = ax+3$ имеет единственный корень.

22.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{3-2x-x^2} = 4a+2$ имеет единственный корень.

22.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{15-2x-x^2} = 7a+4$ имеет единственный корень.

22.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{-7-8x-x^2} = 2a+3$ имеет единственный корень.

22.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{-8-6x-x^2} = 3a+1$ имеет единственный корень.

23.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{3x^2+2ax+1} = x^2+ax+1$ имеет ровно три различных корня.

23.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{15x^2+6ax+9} = x^2+ax+3$ имеет ровно три различных корня.

24.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4-x^2+a^2} = x^2+x-a$ имеет ровно три различных корня.

24.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4-9x^2+a^2} = x^2+3x-a$ имеет ровно три различных корня.

24.3. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4-4x^2+9a^2} = x^2+2x-3a$ имеет ровно три решения.

24.4. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4-16x^2+64a^2} = x^2+4x-8a$ имеет ровно три решения.

25.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^2-a^2} = \sqrt{3x^2-(3a+1)x+a}$ имеет на отрезке $[0; 1]$ ровно один корень.

25.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^2-a^2} = \sqrt{4x^2-(4a+2)x+2a}$ имеет на отрезке $[0; 1]$ ровно один корень.

26.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1-2x} = a-3|x|$ имеет более двух корней.

26.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1-2x} = a - 5|x|$ имеет более двух корней.

26.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1-2x} = a - 7|x|$ имеет более двух корней.

26.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{3-2x} = a - 3|x|$ имеет более двух корней.

27.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 5a + 5\sqrt{2x^2 + 25} = 3|x - 5a| - 6|x|$ имеет хотя бы один корень.

27.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 10a + 2\sqrt{5x^2 + 4} = 7|x - 2a| - 12|x|$ имеет хотя бы один корень.

27.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 10a + 5\sqrt{x^2 + 25} = 4|x - 5a| - 8|x|$ имеет хотя бы один корень.

27.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 12a + 3\sqrt{4x^2 + 9} = 6|x - 3a| - 10|x|$ имеет хотя бы один корень.

27.5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 12a + 2\sqrt{7x^2 + 4} = 8|x - 2a| - 16|x|$ имеет хотя бы один корень.

27.6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 7a + 7\sqrt{2x^2 + 49} = 3|x - 7a| - 6|x|$ имеет хотя бы один корень.

28.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $\sqrt{x^4 + (a-5)^4} = |x+a-5| + |x-a+5|$ имеет единственное решение.

28.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $\sqrt{x^4 + (a+3)^4} = |x+a+3| + |x-a-3|$ имеет единственное решение.

28.3. Найдите все значения a , при которых уравнение $2\sqrt{x^4 + (a-2)^4} = |x+a-2| + |x-a+2|$ имеет единственное решение.

28.4. Найдите все значения a , при которых уравнение $2\sqrt{x^4 + (a+4)^4} = |x+a+4| + |x-a-4|$ имеет единственное решение.

29.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $2^x - a = \sqrt{4^x - a}$ имеет единственный корень.

29.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$ имеет единственный корень.

30.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2^x - a} + \frac{a-4}{\sqrt{2^x - a}} = 1$ имеет ровно два различных корня.

30.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{5^x - a} + \frac{a-2}{\sqrt{5^x - a}} = 1$ имеет ровно два различных корня.

31.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{3a}{a-5} \cdot 5^{|x|} = 25^{|x|} + \frac{2a+4}{a-5}$ имеет ровно два различных корня.

31.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{4a}{a-6} \cdot 3^{|x|} = 9^{|x|} + \frac{3a+4}{a-6}$ имеет ровно два различных корня.

31.3. Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$ имеет ровно два различных корня.

31.4. Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{7a}{a-5} \cdot 2^{|x|} = 4^{|x|} + \frac{12a+17}{a-5}$ имеет ровно два различных корня.

32.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $4^x + (a-6)2^x = (2+3|a|)2^x + (a-6)(3|a|+2)$ имеет единственное решение.

32.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $25^x - (a+6)5^x = (5+3|a|)5^x - (a+6)(3|a|+5)$ имеет единственное решение.

33.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $(\log_5(x+3) - \log_5(x-3))^2 - 7(\log_5(x+3) - \log_5(x-3)) - 4a^2 - 6a + 10 = 0$ имеет ровно два решения.

33.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $(\log_6(x+4) - \log_6(x-4))^2 - 10(\log_6(x+4) - \log_6(x-4)) - 4a^2 + 4a + 24 = 0$ имеет ровно два решения.

34.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $(\log_2(x+a) - \log_2(x-a))^2 - 3a(\log_2(x+a) - \log_2(x-a)) + 2a^2 - a - 1 = 0$ имеет ровно два решения.

34.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $(\log_7(x+a) - \log_7(x-a))^2 - 3a(\log_7(x+a) - \log_7(x-a)) + 2a^2 + 3a - 9 = 0$ имеет ровно два решения.

35.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(3x-2) \cdot \ln(x-a) = (3x-2) \cdot \ln(3x+a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

35.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(5x-2) \cdot \ln(x+a) = (5x-2) \cdot \ln(2x-a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

36.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $(x+\ln(x+a))^2 = (x-\ln(x+a))^2$ имеет единственное решение на отрезке $[0; 1]$.

36.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $(2x+\ln(x+2a))^2 = (2x-\ln(x+2a))^2$ имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$.

37.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

37.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{3x-2} \cdot \ln(x-a) = \sqrt{3x-2} \cdot \ln(2x+a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

38.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{2-3x} \cdot \ln(16x^2-a^2) = \sqrt{2-3x} \cdot \ln(4x+a)$ имеет ровно один корень.

38.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1-2x} \cdot \ln(25x^2-a^2) = \sqrt{1-2x} \cdot \ln(5x+a)$ имеет ровно один корень.

39.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(4x-1) \cdot \sqrt{x^2-6x+6a-a^2} = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 3]$.

39.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(5x-2) \cdot \sqrt{x^2-2x+2a-a^2} = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

39.3. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(4x-2) \cdot \sqrt{x^2-4x+4a-a^2} = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 2]$.

39.4. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(3x-1) \cdot \sqrt{x^2-6x+6a-a^2} = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 3]$.

40.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{4x-1} \cdot \ln(x^2-2x+2-a^2) = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

40.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{7x-4} \cdot \ln(x^2-8x+17-a^2) = 0$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 4]$.

41.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x+2a} \cdot \ln(x-a) = (x-1) \cdot \ln(x-a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

41.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x+3a} \cdot \ln(x-2a) = (x-1) \cdot \ln(x-2a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

42.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{x+1}(a+x-6) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1; 1]$.

42.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{x+1}(x+5-a) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1; 2]$.

42.3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{1-x}(a-x+2) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1)$.

42.4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\log_{1-x}(3-a-x) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-2; 1)$.

43.1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(4\cos x - 3 - a) \cdot \cos x - 2,5\cos 2x + 1,5 = 0$ имеет хотя бы один корень.

43.2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(6\sin x - 2 - 3a) \cdot \sin x + 3,5\cos 2x + 0,5 = 0$ имеет хотя бы один корень.

44.1. Найдите все значения a , при которых уравнение $|\sin^2 x + 2\cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$ имеет на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ единственный корень.

44.2. Найдите все значения a , при которых уравнение $|2\sin^2 x + 8\cos x - 3a| = 2\sin^2 x + 7\cos x + 3a$ имеет на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ единственный корень.

44.3. Найдите все значения a , при которых уравнение $|\cos^2 x + 2\sin x - 2a| = \cos^2 x + \sin x + 2a$ имеет на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ единственный корень.

44.4. Найдите все значения a , при которых уравнение $|\cos^2 x + 2\sin x - 4a| = \cos^2 x + \sin x + 4a$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ имеет единственный корень.

45.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $(2x+a+1-\operatorname{tg}x)^2=(2x+a-1+\operatorname{tg}x)^2$ имеет единственное решение на отрезке $[0; \pi]$.

45.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при которых уравнение $(2x+a+1+\operatorname{tg}x)^2=(2x+a-1-\operatorname{tg}x)^2$ имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

III) Неравенства

46.1. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\left|\frac{x^2+ax+1}{x^2+x+1}\right|<3$ выполняется при всех x .

46.2. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\left|\frac{x^2-2ax+x+1}{x^2+x+1}\right|<3$ выполняется при всех x .

47.1. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $|x^2-6x+a|>10$ не имеет решений на отрезке $[a; a+6]$.

47.2. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $|x^2-4x+a|\leq 10$ выполняется для всех $x\in[a; a+5]$.

47.3. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $|x^2-8x+a+5|>10$ не имеет решений на отрезке $[a-6; a]$.

47.4. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $|x^2-4x+a-5|\leq 10$ выполняется для всех $x\in[a-5; a]$.

48.1. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $2|x-a|+7|x-3|\leq\sqrt{1-y^2}+5$.

48.2. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $4|x+3|+3|x-a|\leq\sqrt{16-y^2}+2$.

48.3. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $3|x-a|+5|x+2|\leq\sqrt{9-y^2}+9$.

48.4. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $5|x-2|+3|x+a|\leq\sqrt{4-y^2}+7$.

48.5. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $5|x-2|+2|x+a|\leq\sqrt{25-y^2}-3$.

48.6. Найдите все значения a , для каждого из которых существует хотя бы одна пара чисел x и y , удовлетворяющая неравенству $3|x+4|+|x+a|\leq\sqrt{36-y^2}-4$.

IV) Системы уравнений

49.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y=(a+2)x^2+2ax+a-2, \\ y^2=x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

49.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y=(a+3)x^2+2ax+a-3, \\ y^2=x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

50.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x^2+y^2-4(a+1)x-2ay+5a^2+8a+3=0, \\ y^2=x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

50.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x^2+y^2+2(a-3)x-4ay+5a^2-6a=0, \\ y^2=x^2 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

51.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+y^2=6x+8y-9, \\ x^2+y^2=a^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

51.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+y^2=8x+6y-16, \\ x^2+y^2=a^2 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

52.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (x+ay-5)(x+ay-5a)=0, \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

52.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (x+ay-4)(x+ay-4a)=0, \\ x^2+y^2=9 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

53.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^4-y^4=12a-28, \\ x^2+y^2=a \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

53.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^4-y^4=8a-9, \\ x^2+y^2=a \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

54.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} ax^2+ay^2+2ax+(a+2)y+1=0, \\ xy+1=x+y \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

54.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} ax^2+ay^2+3ax+(a+4)y+2=0, \\ xy+2=2x+y \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

55.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} ax^2+ay^2-(2a-5)x+2ay+1=0, \\ x^2+y=xy+x \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

55.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} ax^2+ay^2-(4a-6)x+4ay+1=0, \\ x^2+y=xy+x \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

56.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (x-4)^2+(y-4)^2=9, \\ y=|x-a|+1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

56.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-6)^2 = 25, \\ y = |x-a| + 1 \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

57.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (|x|-6)^2 + (y-12)^2 = 4, \\ (x+1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

57.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

58.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} 4x - 4y + 8 = |x^2 + y^2 - 4|, \\ y = a(x-2) \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

58.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|, \\ y = a(x-1) \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

59.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

59.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} y^2 + x - 2 = |x^2 + x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

60.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$
 имеет более одного решения.

60.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 + 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$
 имеет более одного решения.

61.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} |x^2 - 1| + 2x - x^2 = |y^2 - 1| + 2y - y^2, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

61.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} |x^2 - 1| - 2x - x^2 = |y^2 - 1| - 2y - y^2, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

62.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + |x^2 - 2x| = y^2 + |y^2 - 2y|, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

62.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + |x^2 + 2x| = y^2 + |y^2 + 2y|, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

63.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 4y = 2|x + 2y - 5|, \\ 2x - y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

63.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$
 имеет более двух решений.

64.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5) \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

64.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 + 2y - |x + 4y + 4| = 28, \\ y + 2 = a(x - 4) \end{cases}$$
 имеет ровно два решения.

65.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

65.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |a + 1| \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

66.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} x + ay + a - 2 = 0, \\ x|y| + x - 2 = 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

66.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 2x+2ay+a-3=0, \\ x|y|+2x-3=0 \end{cases}$ имеет единственное решение.

67.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 4x-y+a=0, \\ |y|-x^2+2x=0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

67.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 4x-y+a=0, \\ 2|y|-x^2+4x=0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

68.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y=|x-a|-1, \\ |y|+x^2-2x=0 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

68.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y=|x-a|-4, \\ 4|y|+x^2+8x=0 \end{cases}$ имеет ровно четыре различных решения.

69.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x+y=a, \\ |y|=|x^2-2x| \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

69.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} x+y=a, \\ |y|=|x^2-4x| \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

70.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} |x|+|y|=a, \\ y=\sqrt{x+4} \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

70.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} |x|+|y|=a, \\ y=\sqrt{x+9} \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

71.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \frac{xy^2-xy-5y+5}{\sqrt{5-y}}=0, \\ y=ax \end{cases}$ имеет ровно три различных решения.

71.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

72.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

72.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 5x - 4y - 5)\sqrt{x+3}}{\sqrt{7-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

72.3. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

72.4. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 7y + 4x + 12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

73.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (xy^2 - 3xy - 3y + 9)\sqrt{3-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

73.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (xy^2 - xy - 3y + 3)\sqrt{6-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$
 имеет ровно три различных решения.

74.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (xy - 2x + 12) \cdot \sqrt{y - 2x + 12} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

74.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} (xy - 2x + 16) \cdot \sqrt{y - 2x + 16} = 0, \\ y = ax - 14 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

75.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3)\sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

75.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3)\sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = ax + a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

76.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 2a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

76.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \cdot \sqrt{x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 3a \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

77.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + 2, \\ y = \sqrt{9 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$ имеет единственное решение.

77.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} y = \sqrt{7 + 6x - x^2} + 3, \\ y = \sqrt{16 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$ имеет единственное решение.

78.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{36 - y^2} = \sqrt{36 - a^2 x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

78.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2 x^2}, \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

79.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

79.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2}, \\ x^2 + y^2 = 6x - 8y \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

80.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \log_{11}(a-y^2)=\log_{11}(a-x^2), \\ x^2+y^2=2x+6y \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

80.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \log_3(a-y^2)=\log_3(a-x^2), \\ x^2+y^2=4x+6y \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

81.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \log_3(16-y^2)=\log_3(16-a^2x^2), \\ x^2+y^2=8x+4y \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

81.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \log_7(36-y^2)=\log_7(36-a^2x^2), \\ x^2+y^2=2x+6y \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

82.1. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2+y^2-a^2) \cdot \ln(9-x^2-y^2)=0, \\ ((x+5)^2+y^2-a^2)(x+y-a+5)=0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

82.2. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x-7)^2+y^2-a^2) \cdot \ln(9-x^2-y^2)=0, \\ ((x-7)^2+y^2-a^2)(x+y-a+7)=0 \end{cases}$$
 имеет ровно два различных решения.

V) Системы неравенств

83.1. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система
 неравенств
$$\begin{cases} ax \geq 2, \\ \sqrt{x-1} > a, \\ 3x \leq 2a+1 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$.

83.2. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система
 неравенств
$$\begin{cases} a(x-1) \geq 4, \\ 2\sqrt{x-2} \geq a, \\ 3x < a+14 \end{cases}$$
 имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4; 5]$.

83.3. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4; 5]$.

83.4. (ОБЗ) Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} x \leq 2a + 6, \\ 6x \geq x^2 + a^2, \\ x + a > 0 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[1; 2]$.