

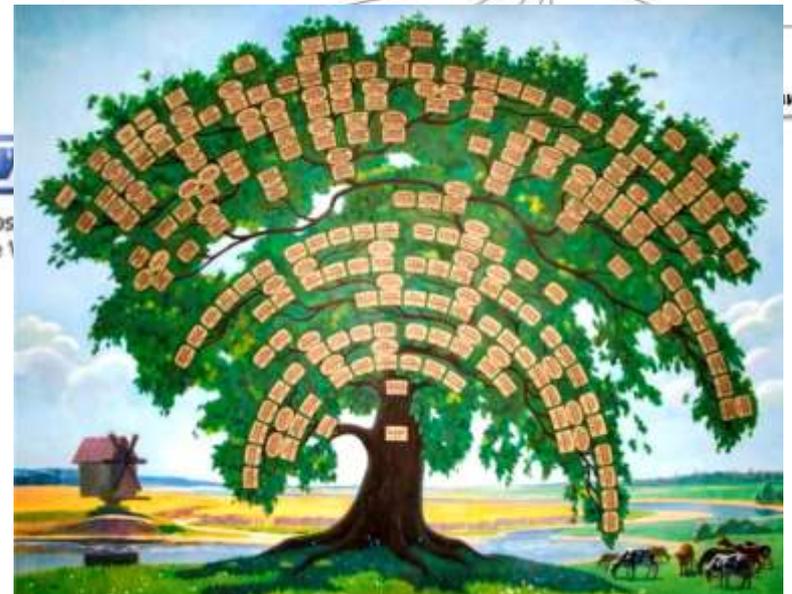
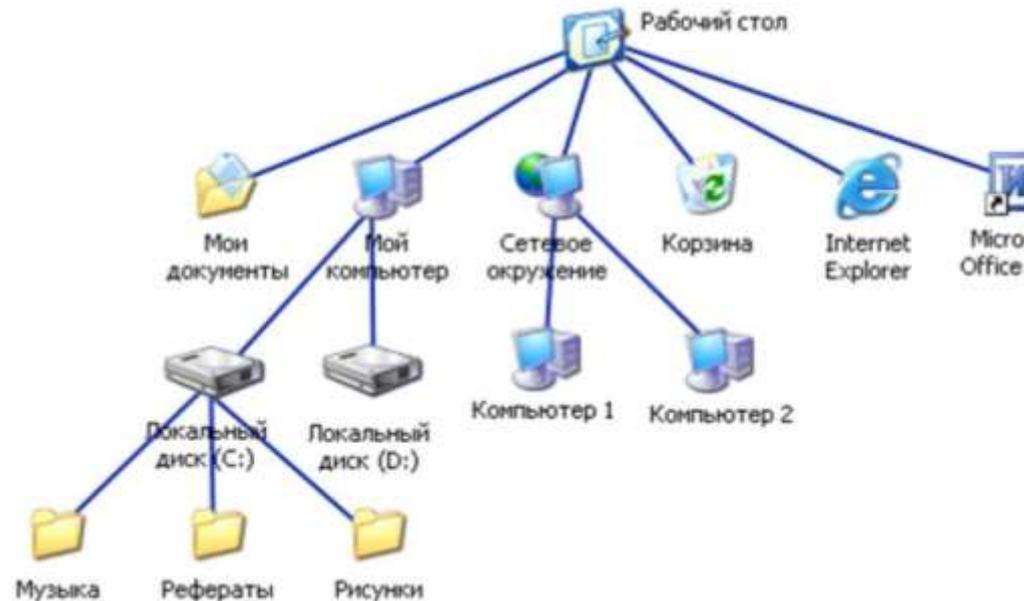
Системный подход в моделировании.
Иерархические и сетевые модели.
Игровые стратегии.



Иерархические модели:

Иерархические модели (деревья) описывают многоуровневую структуру.

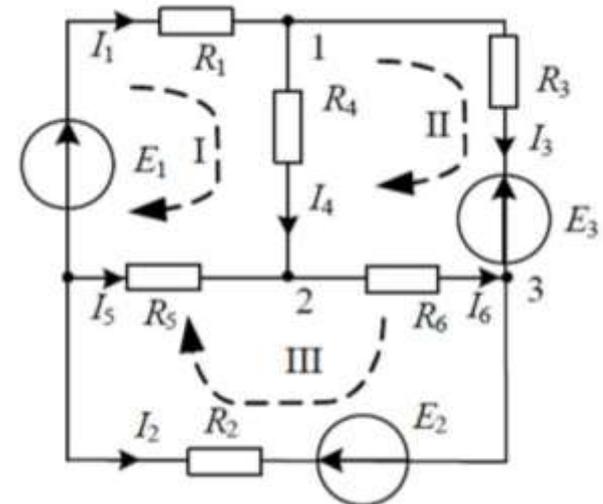
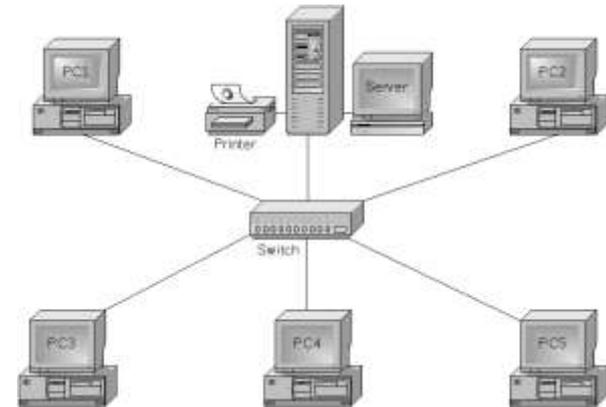
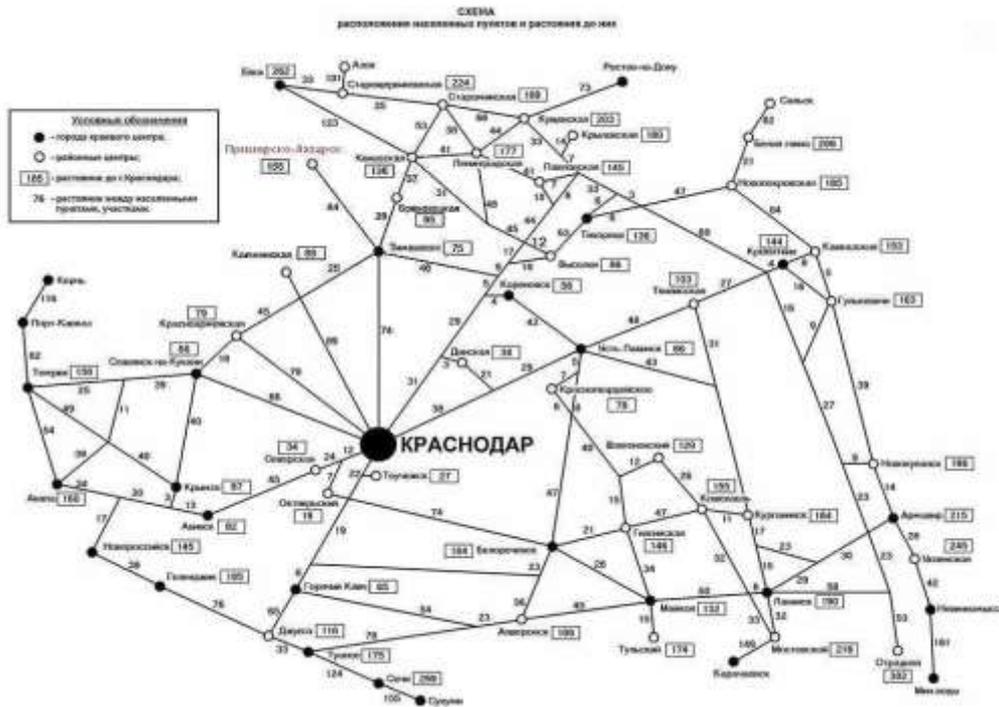
(схема управления фирмой, структура организации, классификация животных, файловая система, генеалогическое дерево)



Сетевые модели:

В сетевых модулях (графах) каждый узел может быть связан со всеми другими.

(схема дорог, компьютерных сетей, электрических цепей)



Графы позволяют очень наглядно представить информацию, однако они неудобны для автоматической обработки.

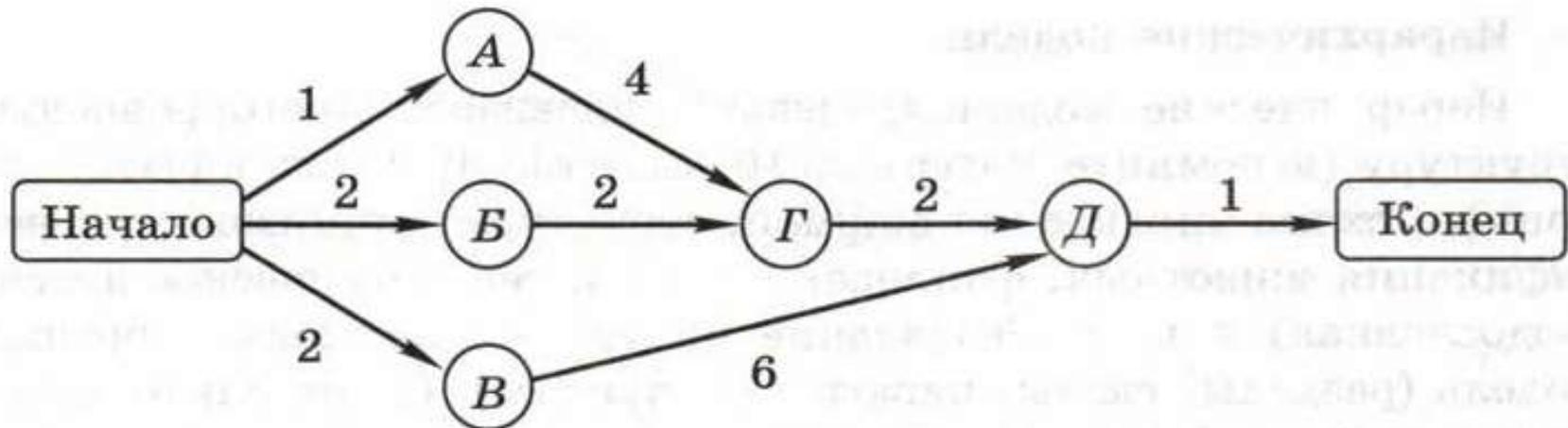
Поэтому в памяти компьютера информация о графах хранится в виде табличных моделей – *матриц смежности и весовых матриц.*

Сетевые модели широко применяются при планировании производства.

Например, изготовление аппарата МУХ-8-ККВ включает 8 операций, причем некоторые из них можно выполнять одновременно.

Чтобы определить время изготовления, строят схему (граф), на котором узлы обозначают события – когда начинать очередную операцию.

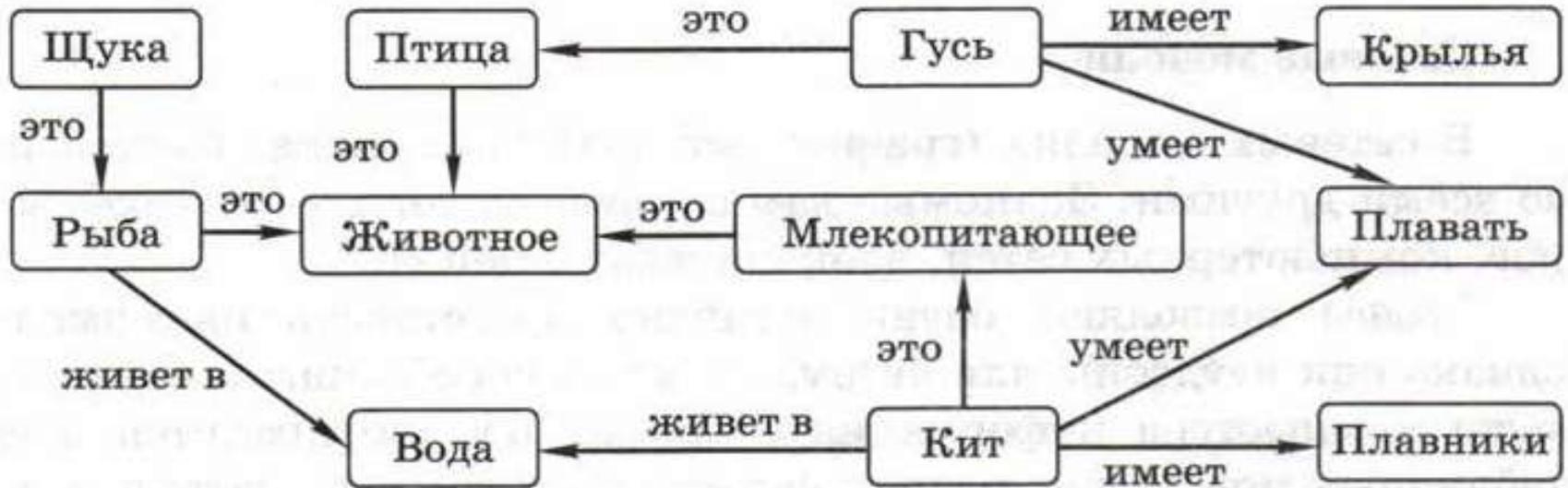
Дуги – работы, а числа – длительность этих работ.



Для представления знаний применяют специальные сетевые модели, которые называются **семантическими сетями** (семантика изучает смысл сообщений).

В них узлы – это объекты (понятия, процессы, явления).

Дуги – связи (отношения) между ними.



Игровые стратегии:

Игровые модели – это модели, которые описывают соперничество двух (или более) сторон, каждая из которых стремится к выигрышу, т.е. преследуют цель.

Часто цели участников противоречивы - выигрыш одного означает проигрыш других.

Построением и изучением игровых моделей занимается **теория игр** – раздел прикладной математики.

Задача состоит в том, чтобы найти **стратегию** (алгоритм игры), который позволит тому или другому участнику получить наибольший выигрыш в предположении, что соперники играют безошибочно.



Во многих простых играх, в которых игроки ходят по очереди, есть не так много вариантов развития событий, и их можно рассмотреть полностью, однозначно определив, кто выиграет в заданной начальной ситуации, если оба соперника не будут ошибаться.

Все позиции (игровые ситуации) делятся на выигрышные и проигрышные.

***Выигрышная позиция** – это позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантировано выиграть при любой игре соперника, если сам не сделает ошибку.*

*При этом говорят, что у него есть **выигрышная стратегия** – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть.*



*Если игрок начинает играть в проигрышной позиции, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник. В этом случае говорят, что у него нет **выигрышной стратегии**.*

*Таким образом, **общая стратегия** игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для соперника.*

Выигрышные и проигрышные позиции:

- **позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – проигрышная;**
- **позиция, из которой хотя бы один из возможных ходов ведет в проигрышную позицию – выигрышная, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию.**



Задача: рассмотрим игру с камнями, в которой участвуют два игрока. Вначале перед игроками лежит куча из некоторого количества камней.

За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 5 камней, за один ход можно получить кучу из 6 или 10 камней.

У каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Победителем считается игрок, первым получивший кучу, в которой 14 камней или больше.

Решение:

Обозначим кучу из камней S . Рассмотрим возможный результат при разном начальное количество S камней в куче.

При $S > 6$ первый игрок (делающий первый ход) выигрывает сразу удвоив число камней в куче.

Заполним таблицу, в которой для каждого значения S будем указывать, выигрышная это позиция или проигрышная, и через сколько ходов завершится игра:

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							B_1						



S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
							V_1						

Здесь « V_1 » обозначает выигрыш за один ход.

При $S = 6$ у первого игрока есть два хода: ход «+1» даёт кучу из 7 камней, а ход «*2» — кучу из 12 камней. Выиграть за один ход он не может, оба возможных хода ведут в выигрышные (для второго!) позиции, поэтому первый игрок проиграет, если второй не ошибётся. Позицию $S = 6$ отметим в таблице как « x_1 » (проигрыш за 1 ход):

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
						x_1	V_1						

Вспомним, что задача игрока — перевести игру в проигрышную для соперника позицию. Если $S = 5$ или $S = 3$, первый игрок может получить (ходом «+1» или «*2» соответственно) кучу из 6 камней, т. е. создать проигрышную позицию. Этого достаточно для выигрыша, но выиграть можно только за 2 хода:

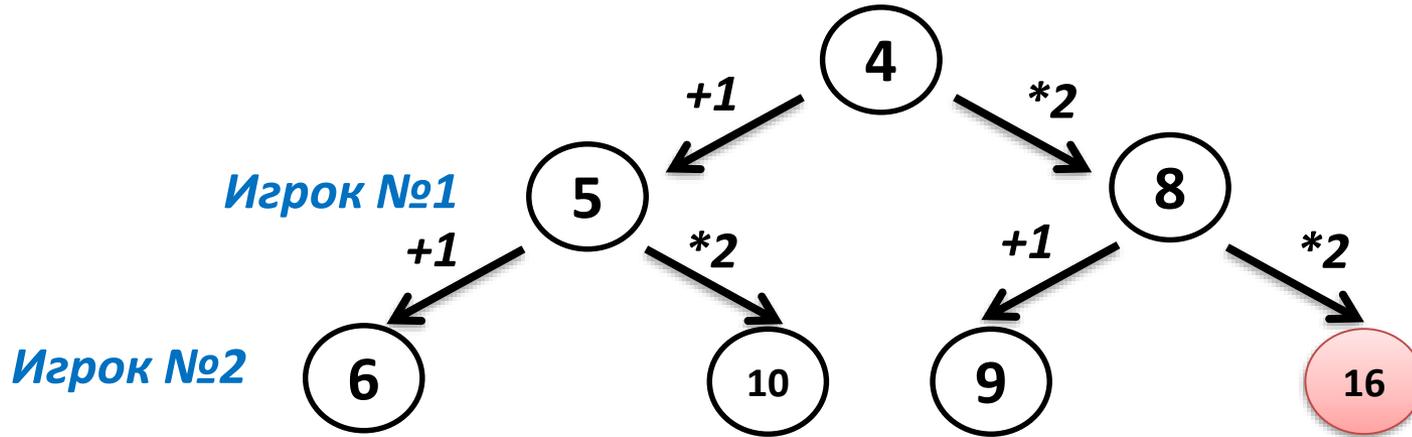
S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
			V_2		V_2	x_1	V_1						

Рассуждая аналогично, выясняем, что позиция $S = 4$ — проигрышная, так как возможные ходы ведут в выигрышные позиции (соперник выиграет за 1 или за 2 хода). При $S = 2$ первый игрок может своим ходом «*2» перевести игру в проигрышную позицию ($S = 4$), поэтому он выиграет. А при $S = 1$ он проиграет, потому что может своим ходом получить только кучу из 2 камней:

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	x_3	B_3	B_2	x_2	B_2	x_1	B_1						

Полученная таблица показывает результат игры первого игрока в том случае, если второй не будет ошибаться. Если игра начинается в проигрышной позиции, первый игрок проиграет, а если в выигрышной — его стратегия состоит в том, чтобы на каждом шаге своим ходом создавать проигрышную позицию для соперника.

Для полного исследования всех вариантов игры можно построить дерево возможных вариантов:



Отсюда, видно что второй игрок может выиграть своим первым ходом (16 камней), если первый построит кучу из 8 камней.

В остальных случаях игра продолжается, и дерево можно строить дальше по тому же принципу.