

Непозиционные и позиционные системы счисления



Система счисления – это правила записи чисел с помощью специальных знаков – цифр, а также правила выполнения операций с этими числами.



История развития систем счисления



Непозиционные системы счисления

Как только люди начали считать, у них появилась потребность в записи чисел. Находки археологов на стоянках первобытных людей свидетельствуют о том, что первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков (бирок):

Зарубок	черточек	точек
		

Непозиционная система счисления – это такая система, в которой значение цифры не зависит от ее места (позиции) в записи числа.

Единичная система или унарная — не самый удобный способ записи чисел.

Записывать таким образом большие количества утомительно, и сами записи при этом получаются очень длинными.

С течением времени возникли иные, более удобные, системы счисления.

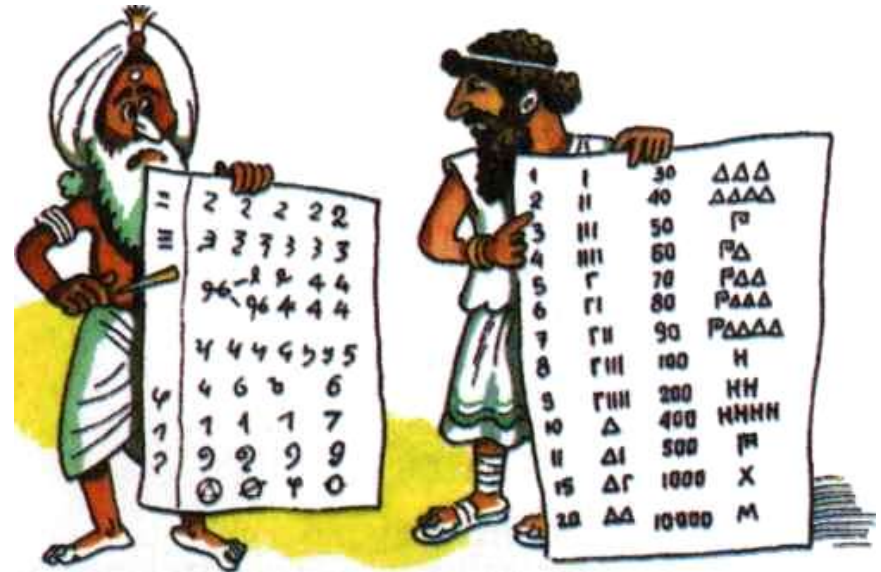


Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления.

Примерно в третьем тысячелетии до нашей эры древние египтяне придумали свою числовую систему, в которой для обозначения ключевых чисел 1, 10, 100 и т.д. использовались специальные значки — иероглифы.

Все остальные числа составлялись из этих ключевых при помощи операции сложения.

Система счисления Древнего Египта является десятичной, но непозиционной.



Древнеегипетская нумерация

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

С течением времени эти знаки изменились и приобрели более простой вид:

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

Все остальные числа составлялись из этих ключевых символов при помощи операции сложения. Например, чтобы изобразить 3 252, рисовали три цветка лотоса (три тысячи), два свернутых пальмовых листа (две сотни), пять дуг (пять десятков) и два шеста (две единицы):




Древнеегипетская нумерация

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

С течением времени эти знаки изменились и приобрели более простой вид:

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

Как вы думаете, какое число записывается в египетской системе как ?

Запишите в египетской системе число 647.

Алфавитные системы счисления

Наряду с иероглифическими в древности широко применялись алфавитные системы счисления, в которых числа изображались буквами алфавита. Так, в Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначали первыми девятью буквами греческого алфавита: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$ и так далее. Для обозначения десятков применялись следующие девять букв: $\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$ и так далее. Для обозначения сотен использовались последние девять букв: $\rho = 100$, $\sigma = 200$, $\tau = 300$ и так далее.

Древнегреческий алфавит

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
Αα	Альфа	1	Ιι	Йота	10	Ρρ	Ро	100
Ββ	Бета	2	Κκ	Каппа	20	Σσ	Сигма	200
Γγ	Гамма	3	Λλ	Ламбда	30	Ττ	Тау	300
Δδ	Дельта	4	Μμ	Мю	40	Υυ	Ипсилон	400
Εε	Эпсилон	5	Νν	Ню	50	Φφ	Фи	500
–	–	6	Ξξ	Кси	60	Χχ	Хи	600
Ζζ	Дзета	7	Οο	Омикрон	70	Ψψ	Пси	700
Ηη	Эта	8	Ππ	Пи	80	Ωω	Омега	800
Θθ	Тэта	9	–	–	90	–	–	900

Славянский цифровой алфавит

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
А	Аз	1	И	И	10	Р	Рцы	100
В	Веди	2	К	Како	20	С	Слово	200
Г	Глаголь	3	Л	Люди	30	Т	Твердо	300
Д	Добро	4	М	Мыслете	40	У	Ук	400
Е	Есть	5	Н	Наш	50	Ф	Ферт	500
З	Зело	6	Кси	Кси	60	Х	Хер	600
Зем	Земля	7	О	Он	70	Пси	Пси	700
И	Иже	8	П	Покой	80	Омега	Омега	800
Ф	Фита	9	Ч	Червь	90	Ц	Цы	900

Запишите числа 27, 58, 137 и 879 в славянской системе счисления.

Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

**Примером
непозиционной системы,
которая сохранилась до
наших дней, может
служить система
счисления, которая
применялась более двух с
половиной тысяч лет
назад в Древнем Риме.**

**Римскими цифрами пользовались очень долго. Еще 200 лет
назад в деловых бумагах числа должны были
обозначаться римскими цифрами (считалось, что
обычные арабские цифры легко подделать). Римская
система счисления сегодня используется, в
основном, для наименования знаменательных дат,
томов, разделов и глав в книгах.**

В римской системе (она также считается непозиционной) в качестве цифр используются латинские буквы: I обозначает 1, V — 5, X — 10, L — 50, C — 100, D — 500, M — 1000. Единицы, десятки, сотни и тысячи кодировались отдельными группами цифр, например:

$$\begin{aligned} 2368 &= 2000 + 300 + 60 + 8 = \\ &= (1000 + 1000) + (100 + 100 + 100) + \\ &+ (50 + 10) + (5 + 1 + 1 + 1) = \text{MMCCCLXVIII} \end{aligned}$$

Больше трёх одинаковых цифр подряд не ставили, поэтому число 4 записывали как IV. Здесь меньшая цифра (I) стоит перед большей (V); такая запись означает вычитание меньшего числа из большего, т. е.

$$\text{IV} = 5 - 1 = 4.$$

Запишите в римской системе счисления числа 9, 40, 90, 400 и 900.

Позиционные системы счисления

Позиционная система счисления - это такая система, в которой значение цифры полностью определяется ее местом (позицией) в записи числа.

$$6375 = 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

Алфавит системы счисления – это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления - это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд – это позиция цифры в записи числа.

Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

В числе 6375 цифра 6 стоит в третьем разряде (тысячи, 10^3), 3 — во втором разряде (сотни, 10^2), 7 — в первом (десятки, 10^1), а 5 — в нулевом (единицы, 10^0). Поэтому

разряды → 3 2 1 0

$$6375 = 6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

Это развернутая форма записи числа.

Запишите числа 158 и 1879 в развернутой форме.