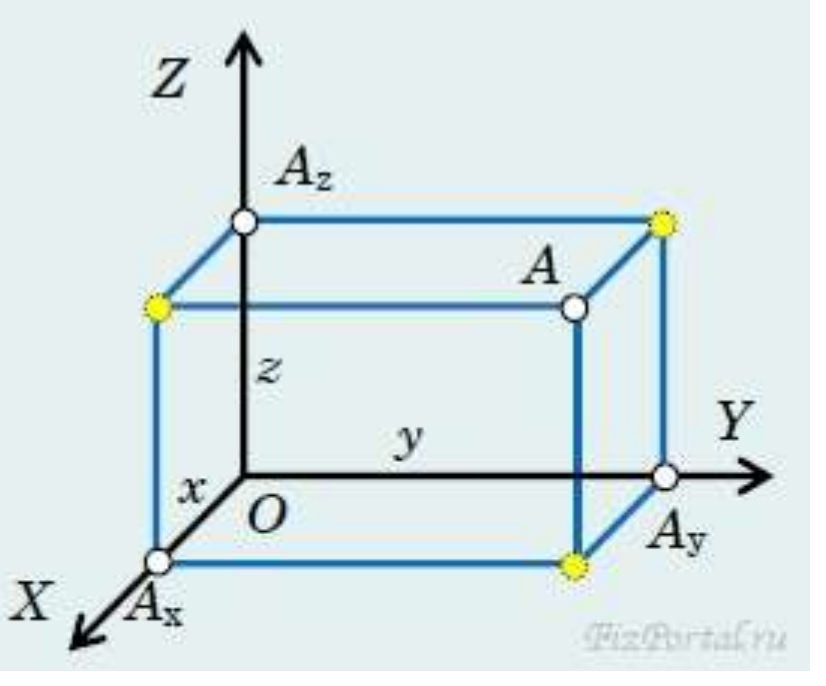
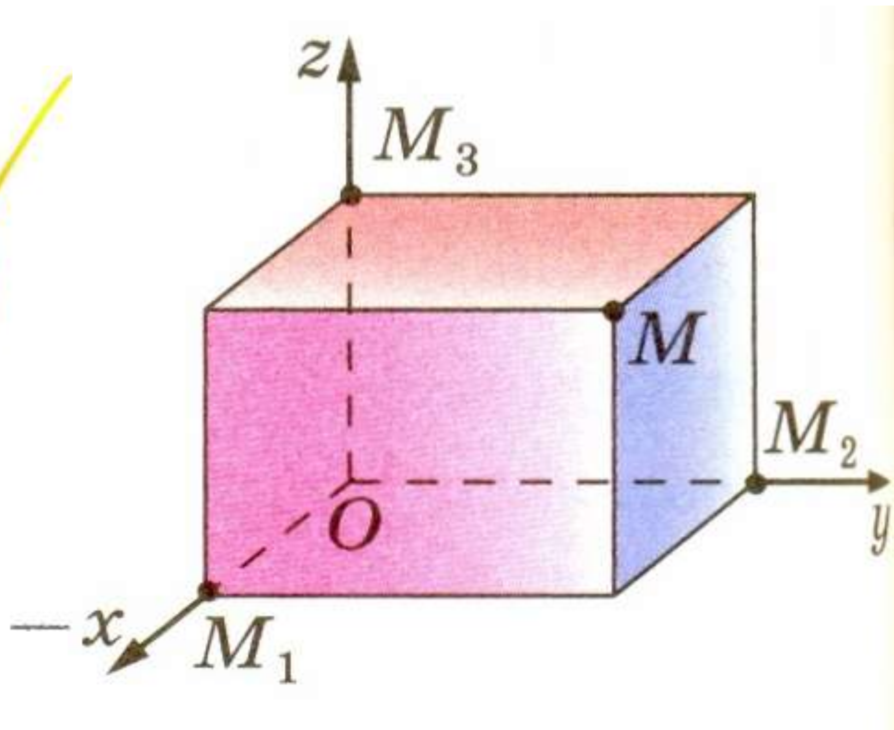
Координаты точки. Координаты вектора

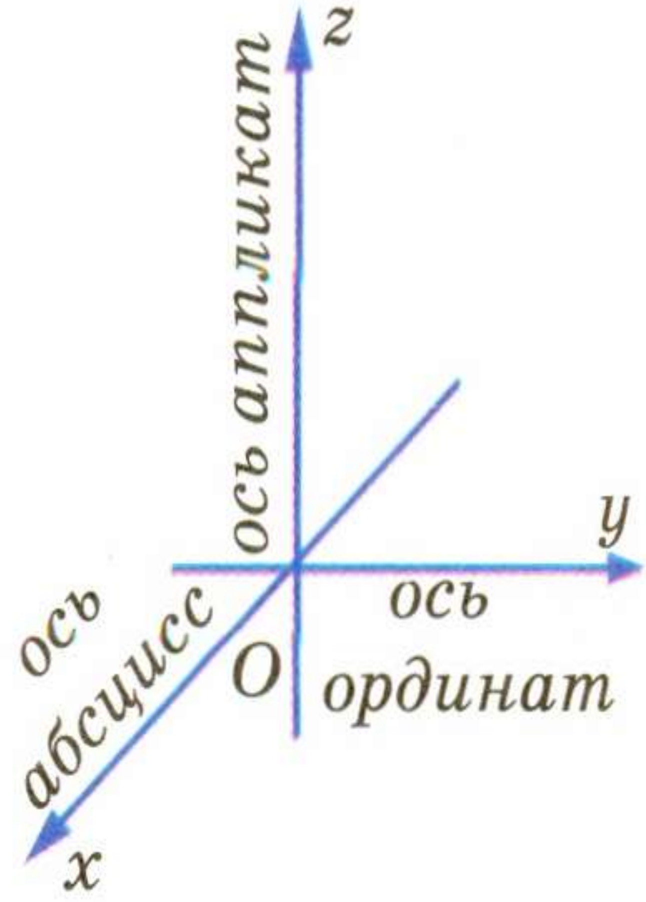


mathvideourok.moy.su

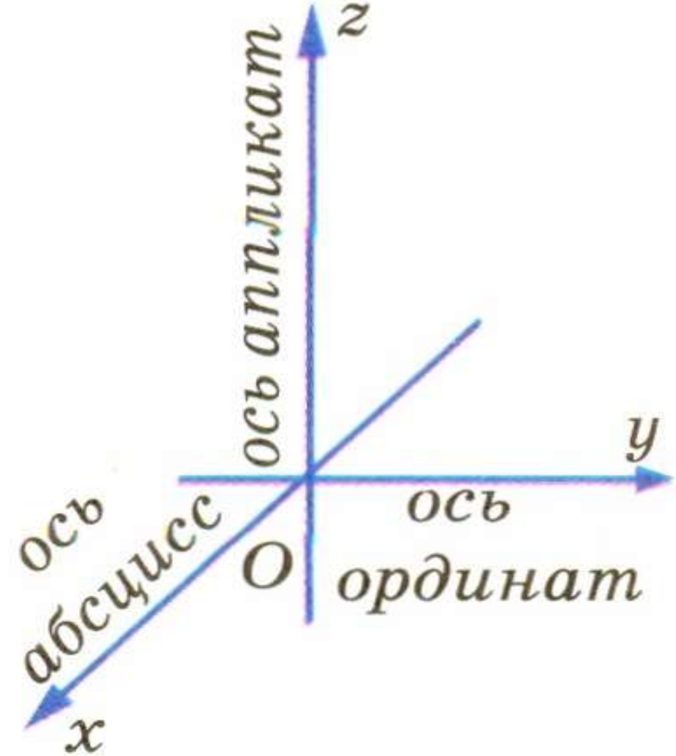
Прямоугольная система координат



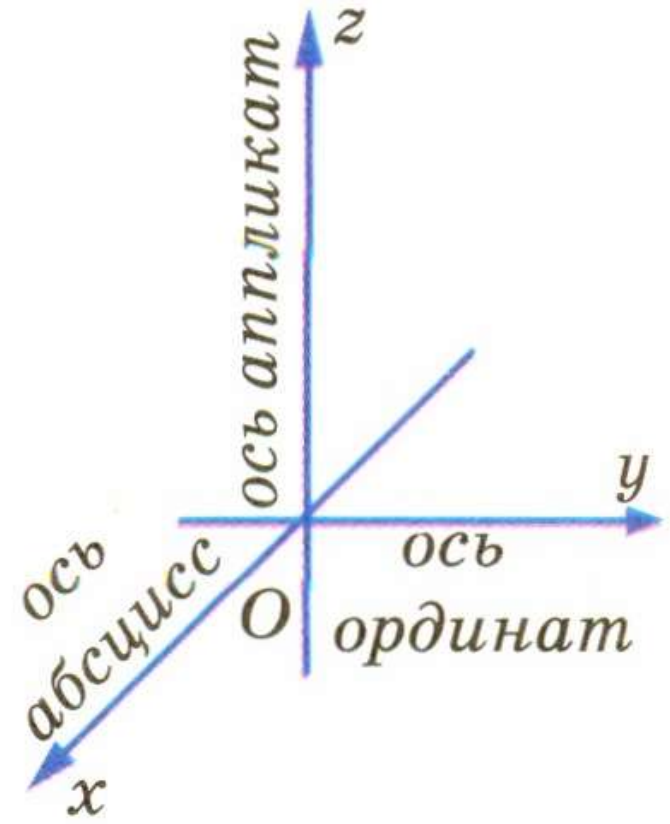
Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана прямоугольная система координат в пространстве



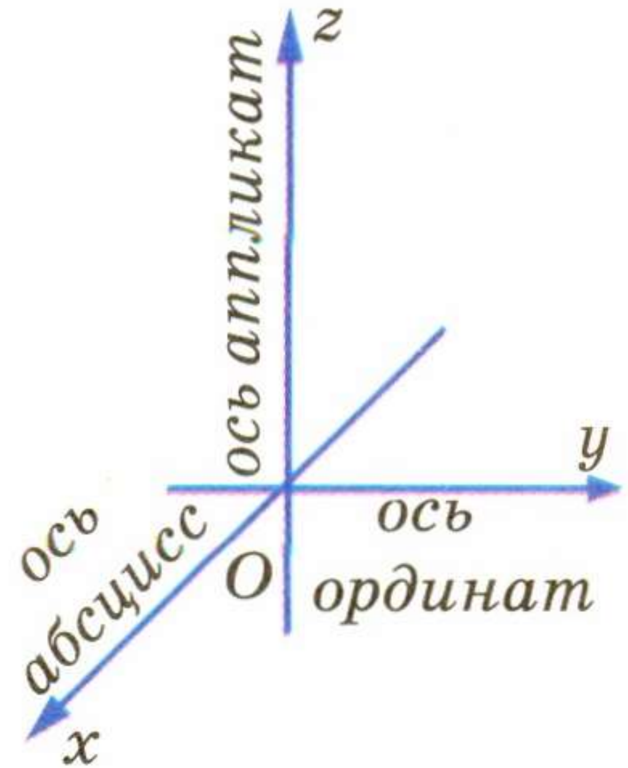
Прямые, с выбранными на них направлениями, называются осями координат, а их общая точка — началом координат. Она обозначается обычно буквой О. Оси координат обозначаются так: Ox, Oy, Oz — и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат.



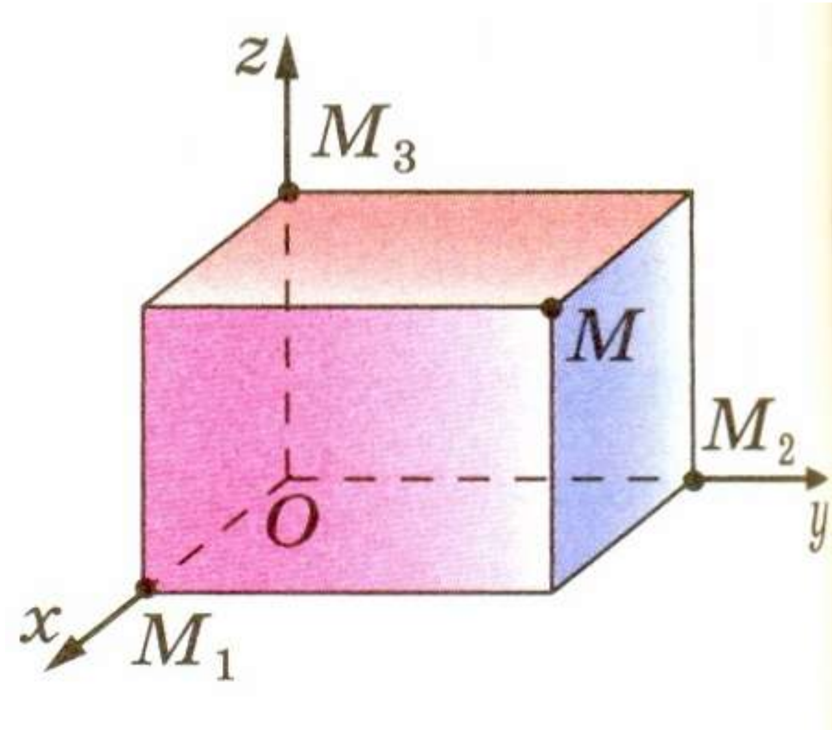
Вся система координат обозначается Oxyz. Плоскости, проходящие соответственно через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются координатными плоскостями и обозначаются Oxy, Oyz, Ozx.



Точка О разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется положительной полуосью, а другой луч отрицательной полуосью.



В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются ее координатами.



На рисунке изображены шесть точек

A (9; 5; 10),

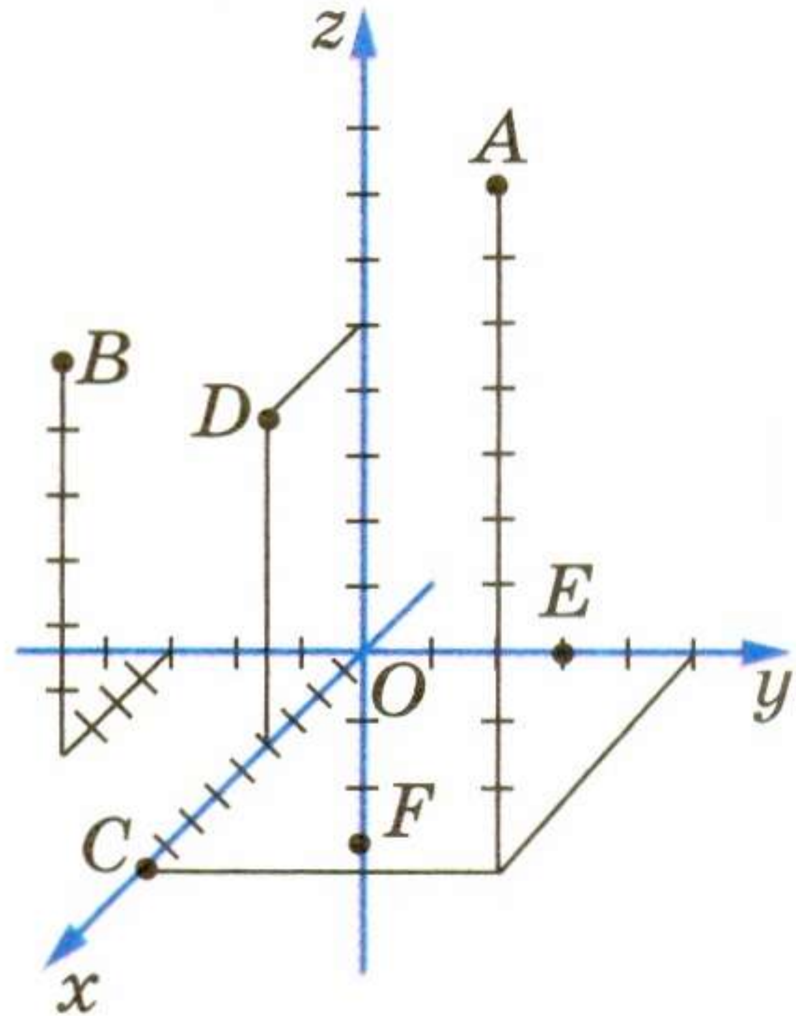
B (4; —3; 6),

C (9; 0; 0),

D (4; 0; 5),

E (0; 3; 0),

F (0; 0; -3).



Если точка М ∈OXУ , то z=0,

Если точка М ∈OXZ , то y=0

Если точка М ∈OZУ , то x=0

Если точка М ∈OX , то z=0,y=0

Если точка М ∈OУ , то z=0,x=0

Если точка М ∈Oz , то x=0,y=0

Даны точки:

А (2; -1; 0)

В (0; 0; -7)

С (2; 0; 0)

D (-4; -1; 0)

Е (0; -3; 0)

F (1; 2; 3)

Р (0; 5; -7)

К (2; 0; -4)

Назовите точки, лежащие в плоскости Oyz.

Назовите точки, лежащие в плоскости Oxz.

Назовите точки, лежащие в плоскости Oxy.

Назовите точки, лежащие на оси Ox.

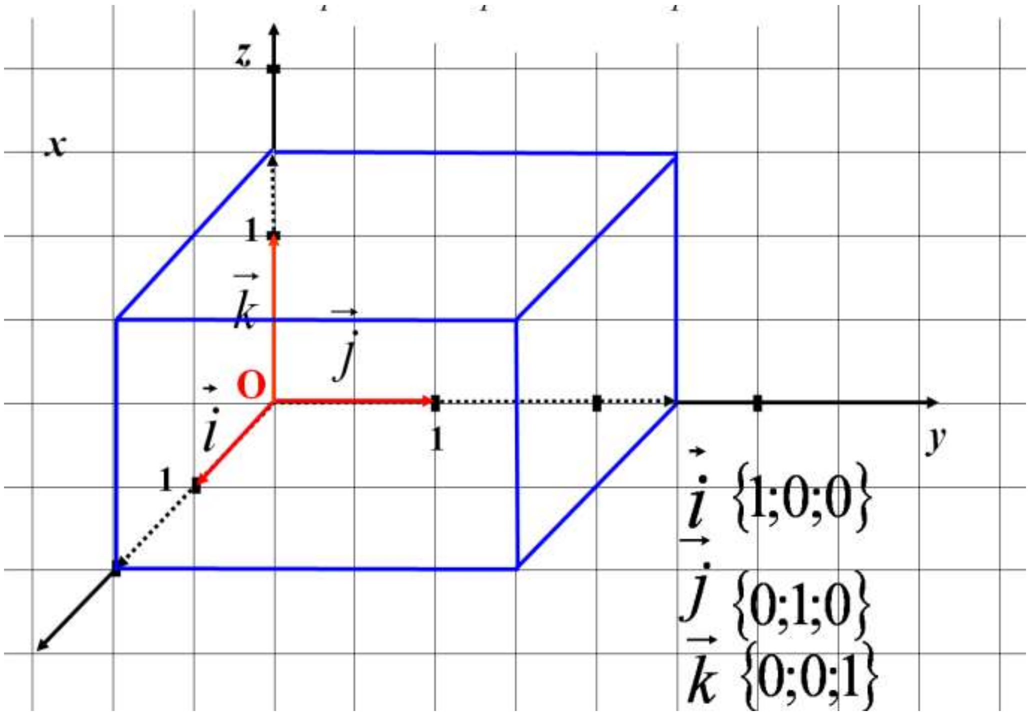
Назовите точки, лежащие на оси Oy.

Назовите точки, лежащие на оси Oz.

Координаты вектора.

Возьмем ПСК. Отложим от начала координат единичный вектор, орт.

$$По\ оси\ ox - \vec{i},\ по\ оси\ oy - \vec{j},\ по\ оси\ oz - \vec{k}$$



Любой вектор $\vec{a}$ *можно разложить по координатным векторам, представить в виде*

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Коэффициенты x, y ,z в разложении вектора по координатным векторам называются координатами вектора в данной системе координат.

$$\textit{Если } \vec{a}\{5;-4;1\}, \textit{то } \vec{a} = 5\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$$

$$\textit{Если } \vec{в} = 8\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}, \textit{ то } \vec{в}\{8;-3;-2\}$$

Определите координаты векторов

$$\vec{m} = -3\vec{i} + 6\vec{j} - 0,5\vec{k}$$

$$\vec{g} = \vec{i} - 8\vec{j}$$

Правила действий над векторами с заданными координатами.

1. Равные векторы имеют равные координаты.

Пусть $\begin{cases} \vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \\ \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\} \end{cases}$ $\vec{a} = \vec{b}$ **, тогда**

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$$

$$x_1 = x_2; \; y_1 = y_2; \; z_1 = z_2$$

2. Каждая координата суммы двух (и более) векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \quad \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$$

3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты на это число.

$$\vec{a}\{x; y; z\} \qquad \alpha - \text{произв.число} \qquad \alpha \cdot \vec{a} = \vec{c}$$

$$\boxed{\vec{c}\{\alpha \cdot x; \alpha \cdot y; \alpha \cdot z\}}$$

4. Каждая координата разности двух векторов равна число равна разности соответствующих координат на этих векторов.

$$\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \qquad \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\boxed{\vec{c}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}}$$

$$Дано: \vec{a}\{1;-2;0\}, \vec{в}\{0;3;-6\}, \vec{c}\{-2;3;1\}$$

$$Найти: \vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{в} + \vec{c}$$

$$Решение:$$

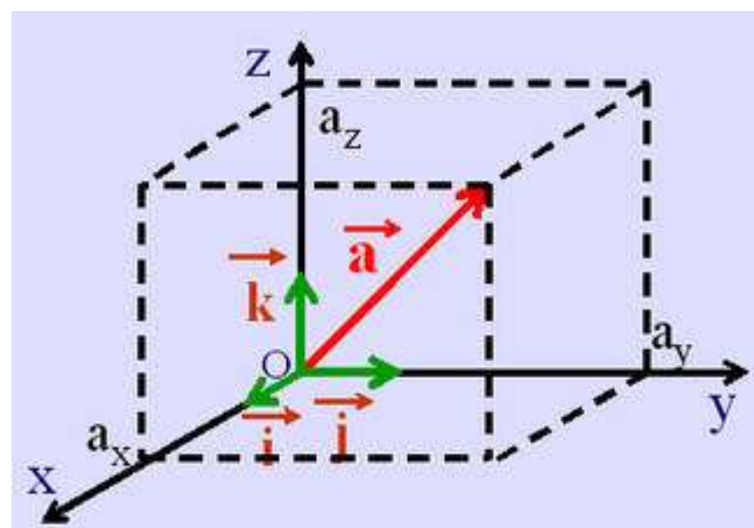
$$\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{в} + \vec{c} = 2\{1;-2;0\} - \frac{1}{3}\{0;3;-6\} + \{-2;3;1\} =$$

$$= \{2;-4;0\} - \{0;1;-2\} + \{-2;3;1\} = \{0;-2;3\}$$

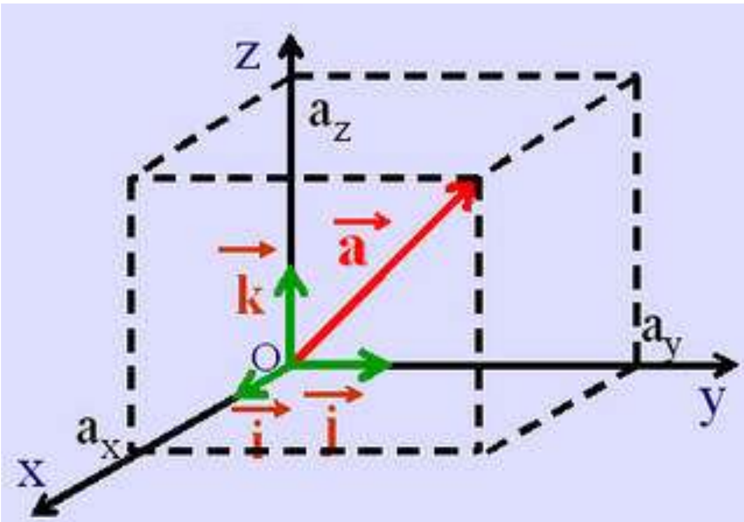
$$Ответ: \vec{p}\{0;-2;3\}$$

Простейшие задачи в координатах

Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало с началом координат называют радиус вектором данной точки



Координаты радиус вектора совпадают с координатами конца этого вектора



$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{к},\ то\ \vec{a}\{2; 3; 5\}$$

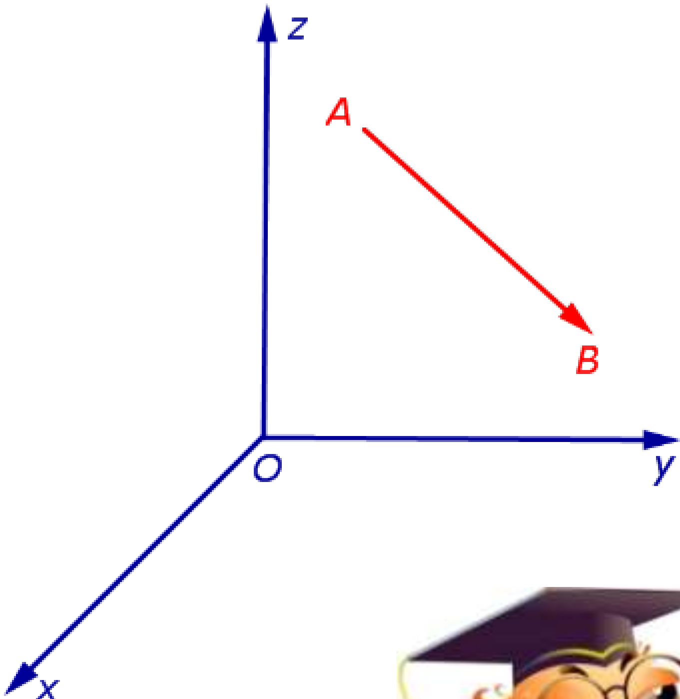
$$\vec{в} = -6\vec{i} + 2\vec{j},\ то\ \vec{в}\{-6; 2; 0\}$$

Если вектор лежит в пространстве

и не является радиус − вектором, то

его координаты вычисляются по правилу.

Координаты вектора



$$A(x_1; y_1; z_1) B(x_2; y_2; z_2), \text{то}$$

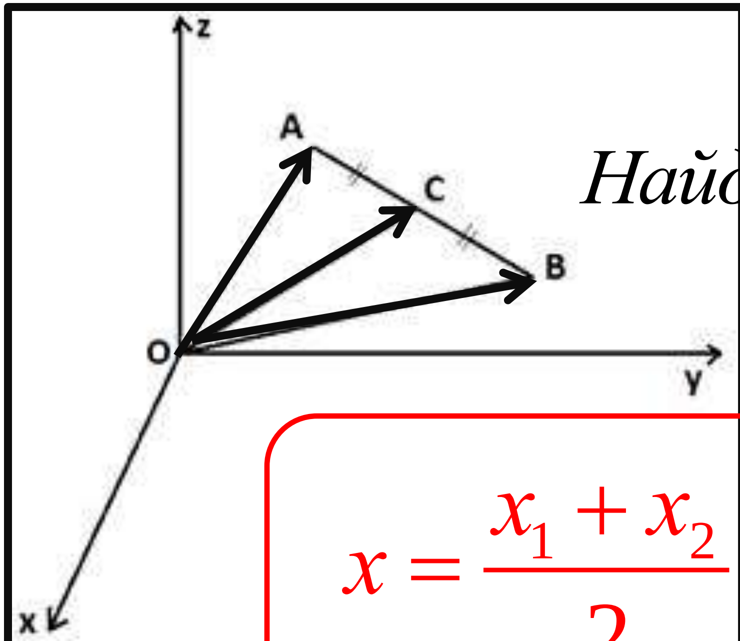
$$\boxed{\overrightarrow{AB}\left\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\right\}}$$

Например:

$$A(3;4;5), B(0;1;-2)$$

$$\overrightarrow{AB}\left\{-3;-3;-7\right\}$$

Координаты середины отрезка



$A(x_1; y_1; z_1) B(x_2; y_2; z_2)$, *то*

Найдем координаты точки $C(x; y; z)$

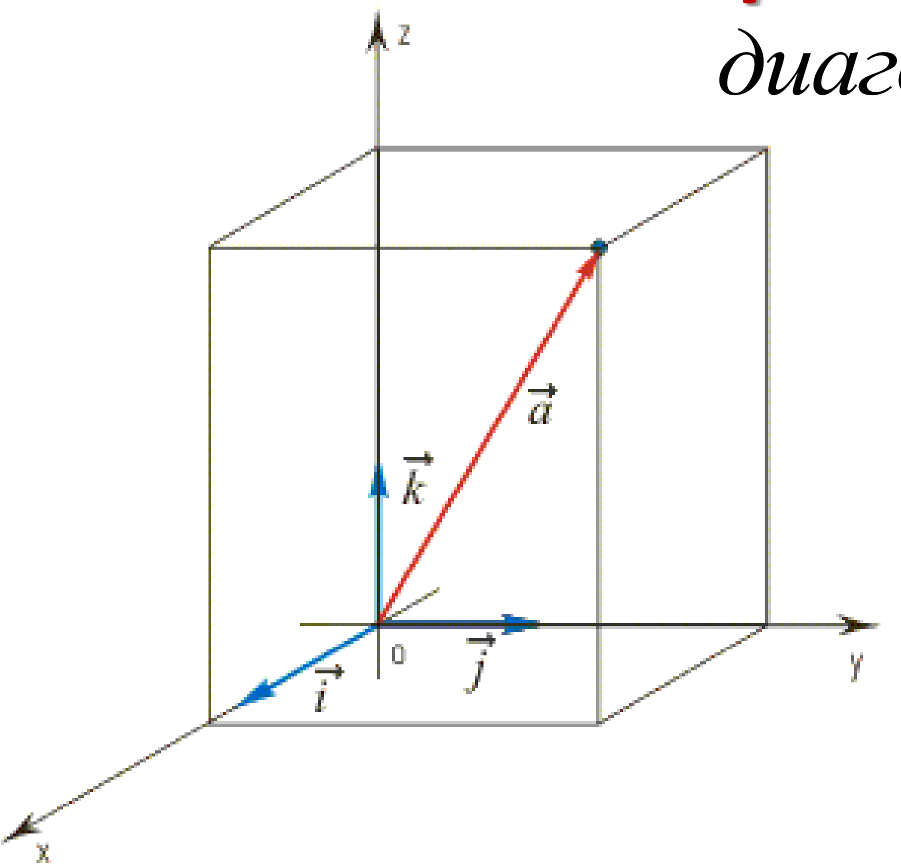
$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Например :

$A(2;1;3), B(4;2;1)$ $\quad$ $C(3;1,5;2)$

Вычисление длины вектора по его координатам



диагональ параллелепипеда

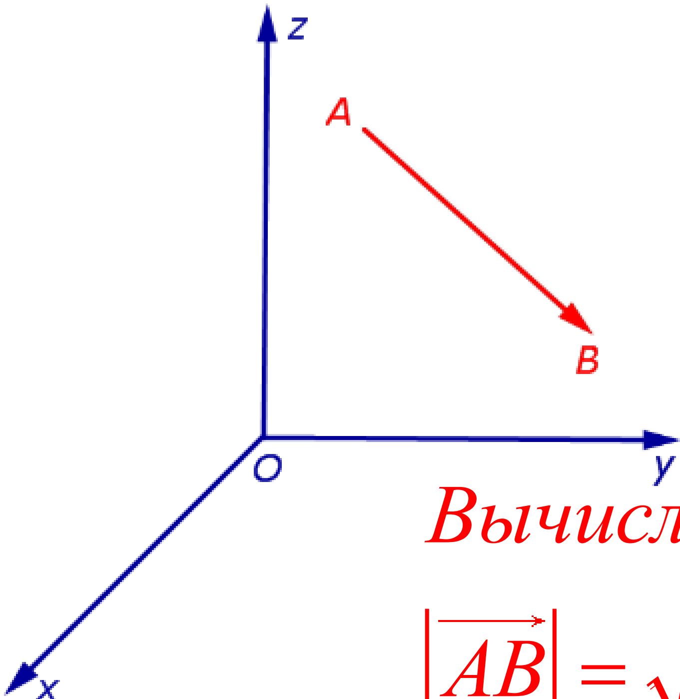
$$Пусть\ \vec{a}\{x; y; z\}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$Например: \vec{a}\{1; 4; 0\}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1 + 16 + 0} = \sqrt{17}$$

Расстояние между двумя точками



$$A(x_1; y_1; z_1)B(x_2; y_2; z_2), \text{то}$$

Задается вектор $\overrightarrow{AB}$

Находятся его координаты

$$\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$$

Вычисляется его длина

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\text{Например}: A(0;1;-2); B(1;-1;2) \qquad \overrightarrow{AB}\{1;-2;4\};$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1+4+16} = \sqrt{21}$$