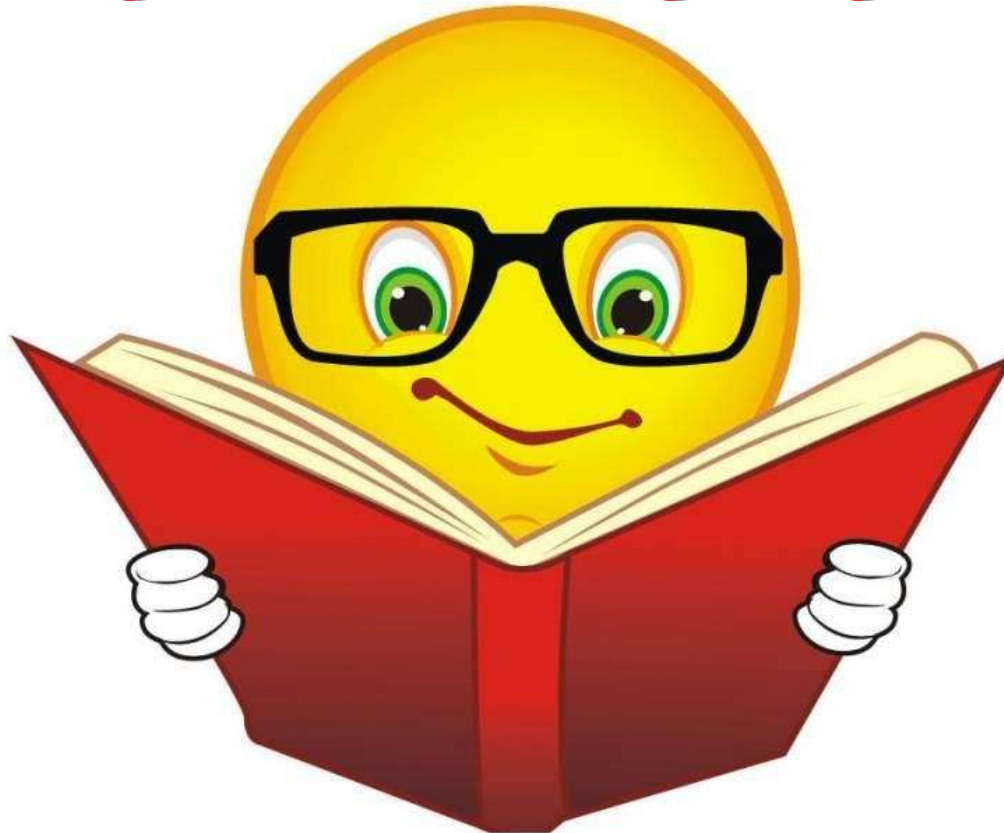


Модуль

Построение графиков

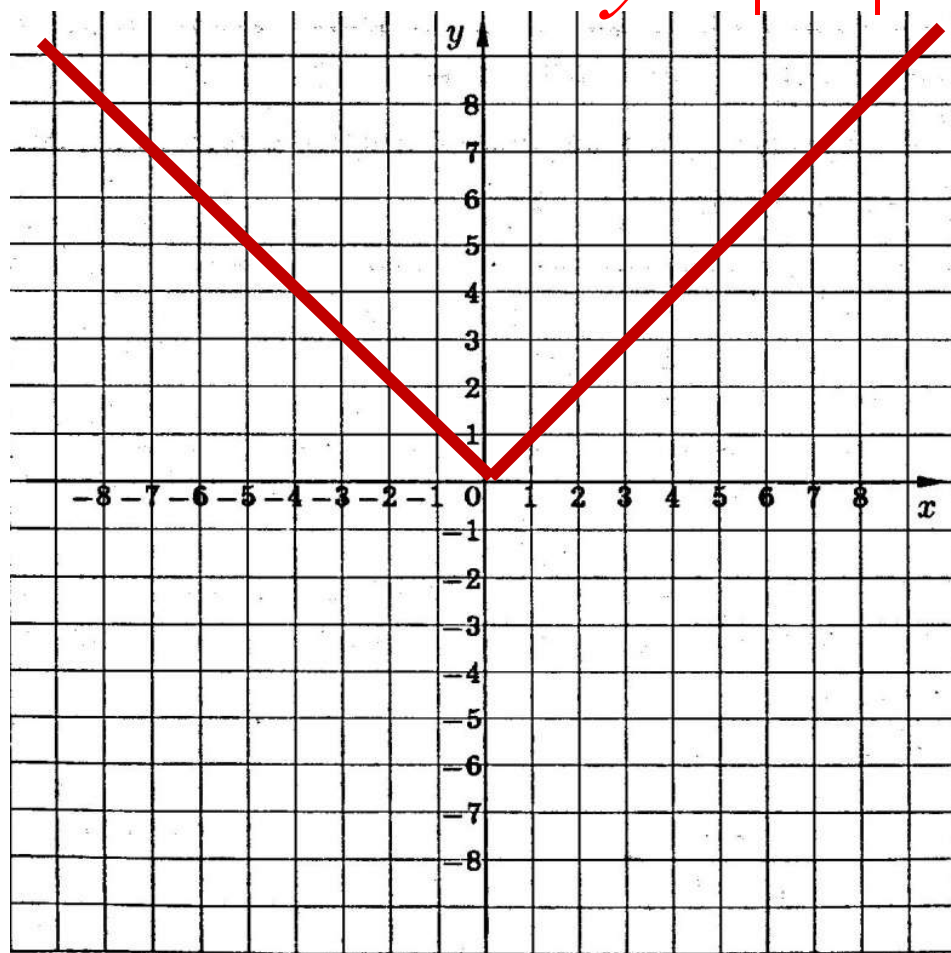


Функция $y=|x|$

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$



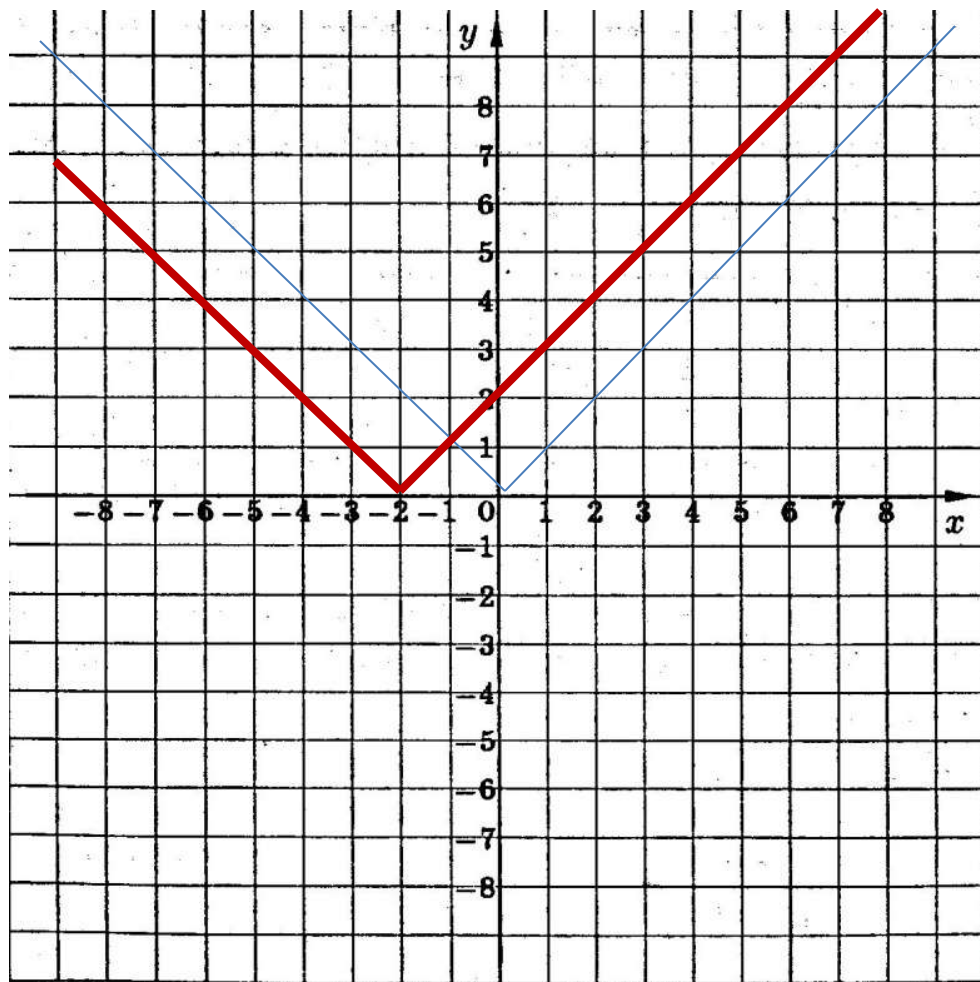
$$y = |x|$$



Свойства :

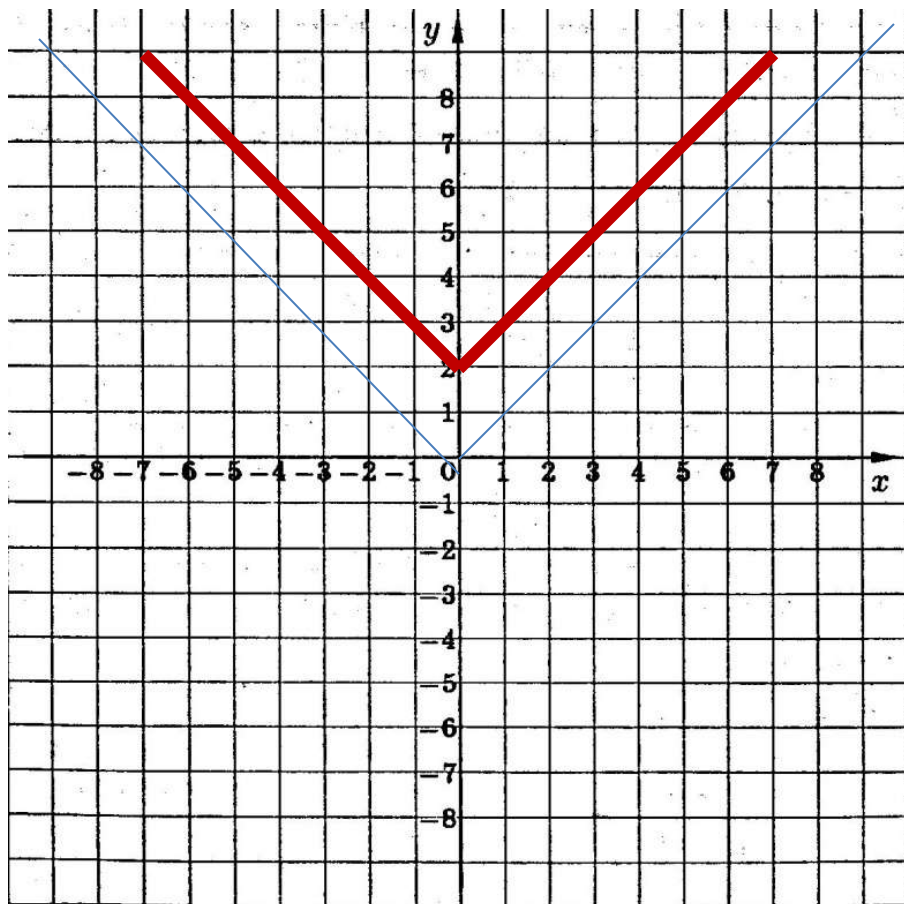
- 1) $D(y) = R; E(y) = [0; +\infty)$
- 2) *Функция четная*
- 3) *возрастает $x \in [0; +\infty)$
убывает $x \in (-\infty; 0]$*
- 4) $x_{\text{наим}} = 0$
- 5) *функция непрерывна*

Построение графиков



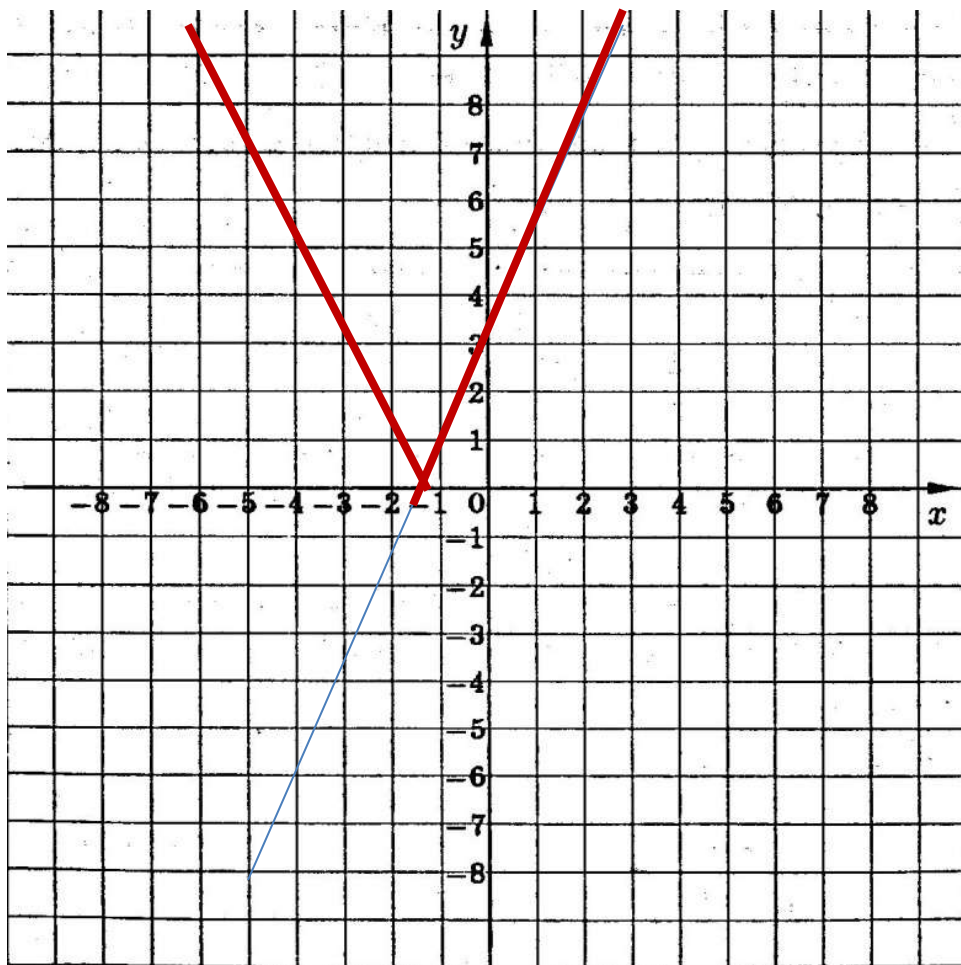
$$y = |x + 2|$$

$$y = |x|$$



$$y = |x| + 2$$

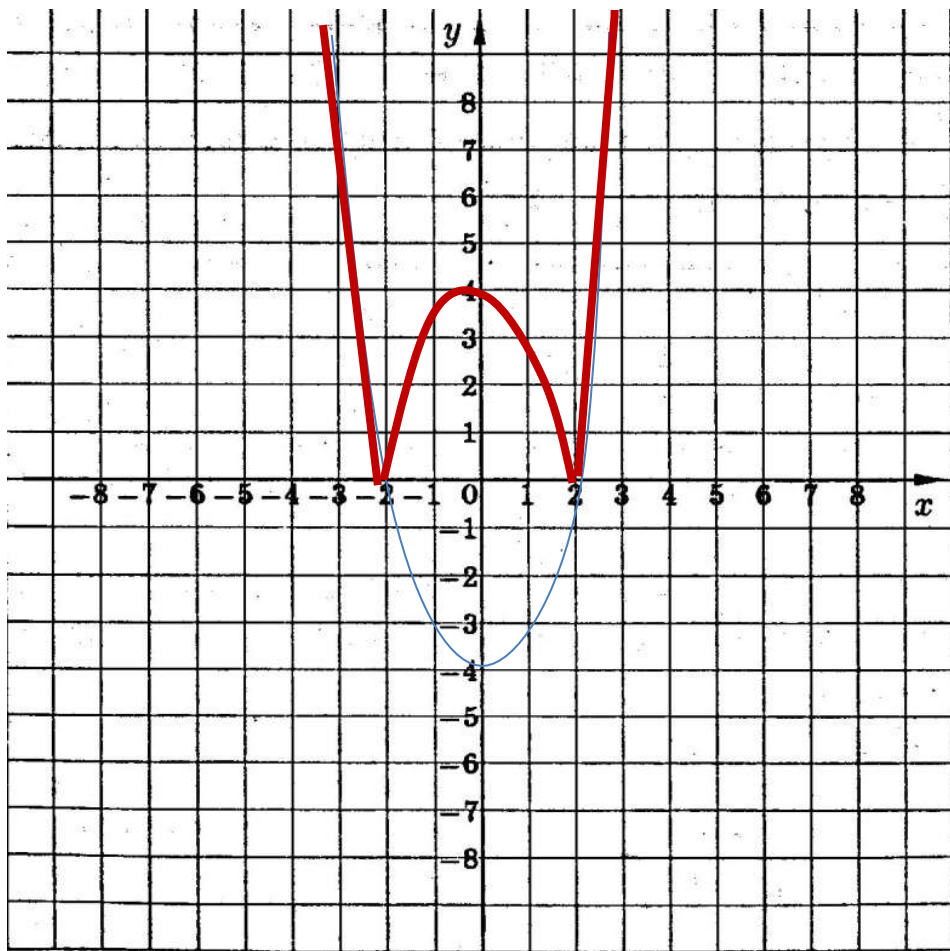
$$y = |x|$$



$$y = |2x + 3|$$

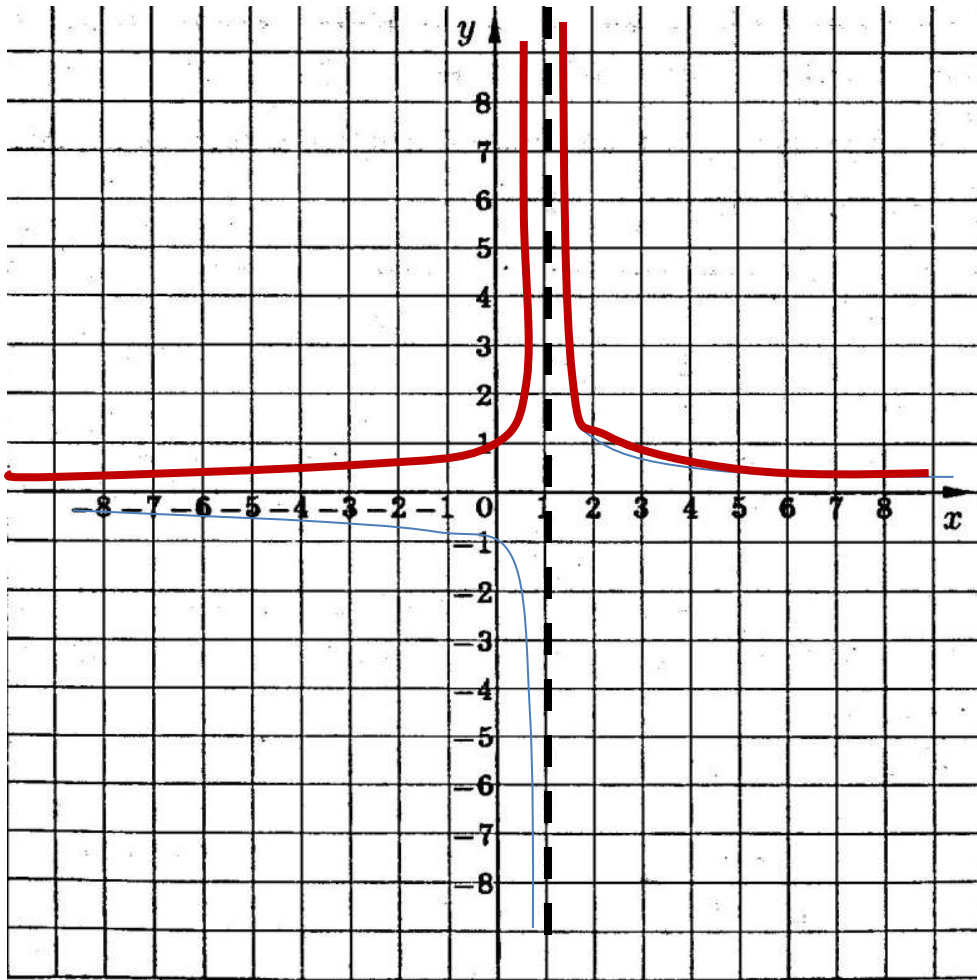
$$y = 2x + 3$$

Сам: $y = |4x - 1|$



$$y = |x^2 - 4|$$

$$y = x^2 - 4$$



$$y = \left| \frac{1}{x-1} \right|$$

$$y = \frac{1}{x-1}$$

Домашняя работа:



$$y = |x| - 2$$

$$y = |x - 2|$$

$$y = |5x - 4|$$

$$y = |x^2 - 1|$$

$$y = \left| \frac{2}{x + 1} \right|$$

Построение графиков функций

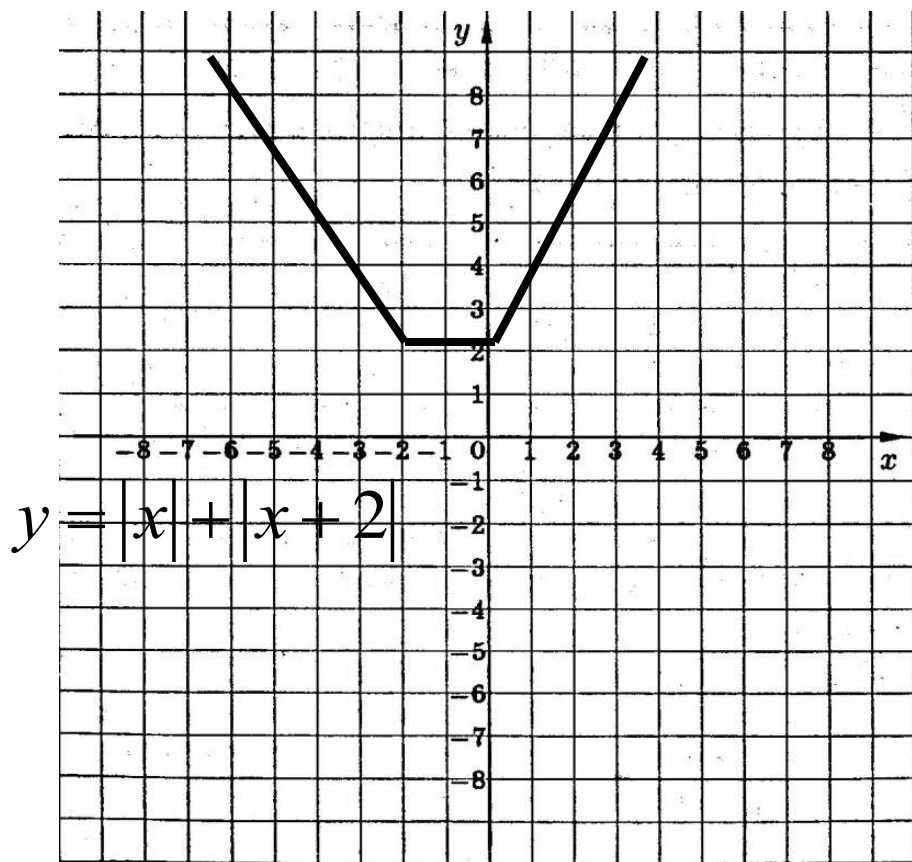
$$y = |x + a| + |x + b|$$

- Узловые точки это те значения переменной, при которых выражения стоящие под знаком модуля равны 0***



$$a) y = |x| + |x + 2|$$

Узл. точки : 0; -2



	$(-\infty; -2)$	$[-2; 0]$	$(0; +\infty)$
$ x $	-	-	+
$ x + 2 $	-	+	+

$$y = \begin{cases} -x - x - 2, & \text{если } x < -2 \\ -x + x + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0 \\ x + x + 2, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2x - 2, & \text{если } x < -2 \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0 \\ 2x + 2, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

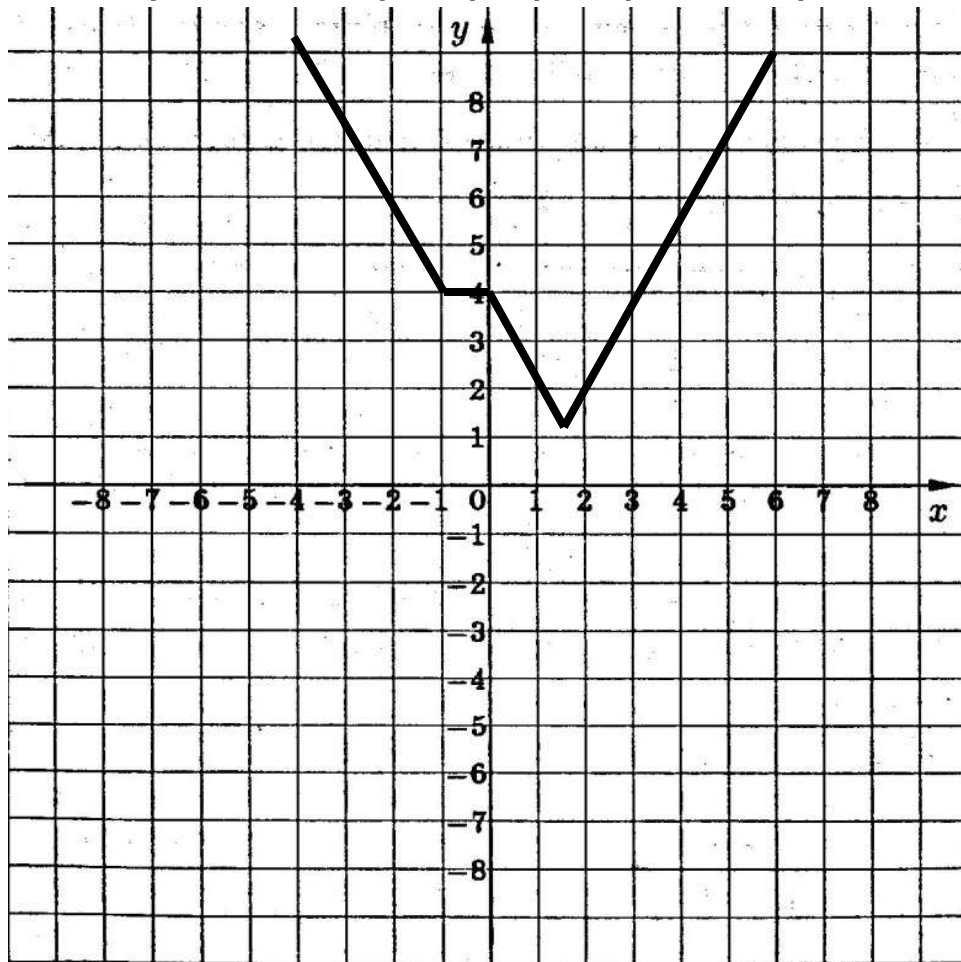
$$б) y = |2x - 3| - |x| + |x + 1|$$

Узл. точки : 1,5; 0; -1

	$(-\infty; -1)$	$[-1; 0]$	$(0; 1,5]$	$(1,5; +\infty)$
$ 2x - 3 $	-	-	-	+
$ x $	-	-	+	+
$ x + 1 $	-	+	+	+

$$y = \begin{cases} -2x + 3 + x - x - 1, & \text{если } x < -1 \\ -2x + 3 + x + x + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 0 \\ -2x + 3 - x + x + 1, & \text{если } 0 < x \leq 1,5 \\ 2x - 3 - x + x + 1, & \text{если } x > 1,5 \end{cases}$$

$$y = |2x - 3| - |x| + |x + 1|$$



$$y = \begin{cases} -2x + 2, & \text{если } x < -1 \\ 4, & \text{если } -1 \leq x \leq 0 \\ -2x + 4, & \text{если } 0 < x \leq 1,5 \\ 2x - 2, & \text{если } x > 1,5 \end{cases}$$

Сам: $y = |x| + |x - 1|$

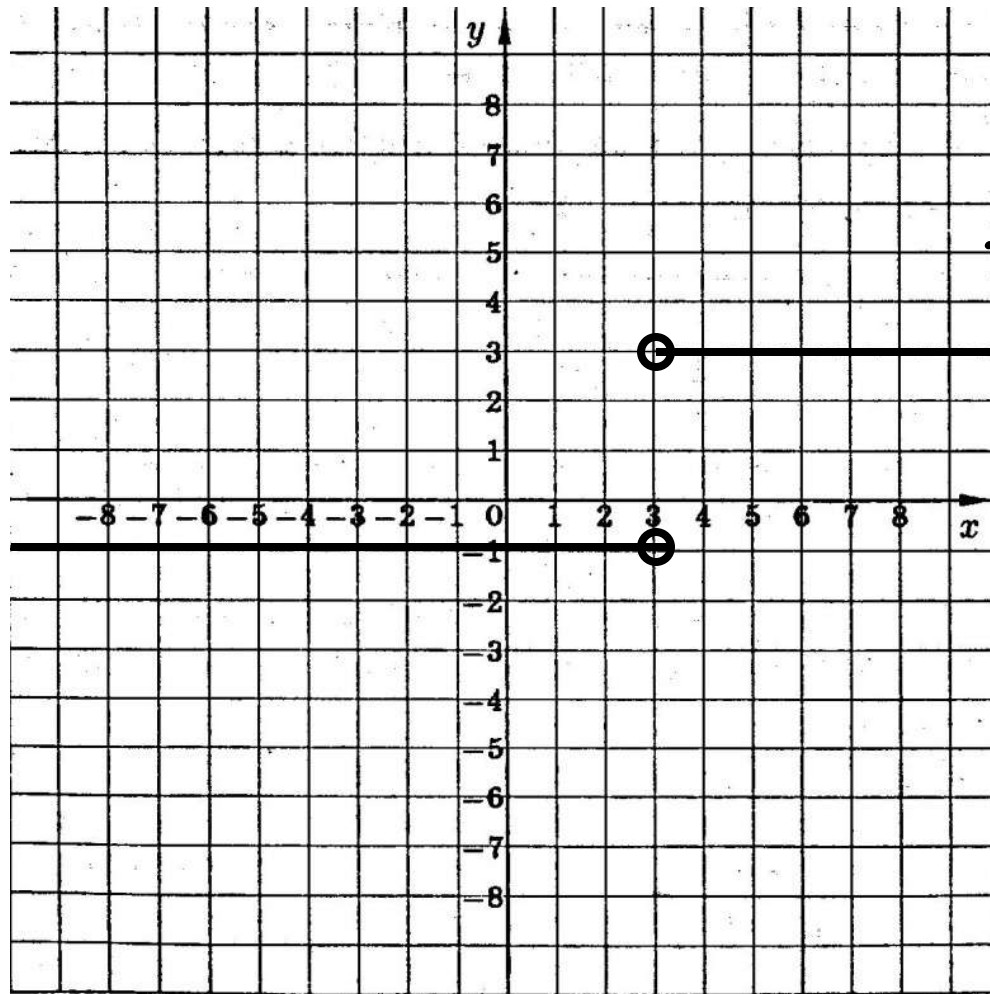
$$y = \frac{2|x-3|}{x-3} + 1 \quad x \in R, x \neq 3$$

$$y = \begin{cases} \frac{2(x-3)}{x-3} + 1, \text{ если } x-3 > 0 \\ \frac{2(-x+3)}{x-3} + 1, \text{ если } x-3 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 2+1, \text{ если } x > 3 \\ -2+1, \text{ если } x < 3 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 3, \text{ если } x > 3 \\ -1, \text{ если } x < 3 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 3, & \text{если } x > 3 \\ -1, & \text{если } x < 3 \end{cases}$$



$$y = \frac{2|x-3|}{x-3} + 1$$

Домашняя работа:

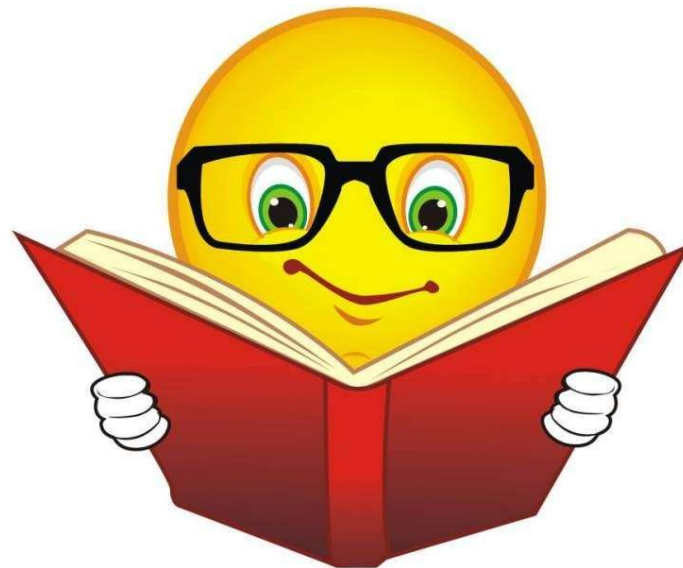


$$a) y = |x - 2| + |x - 1|$$

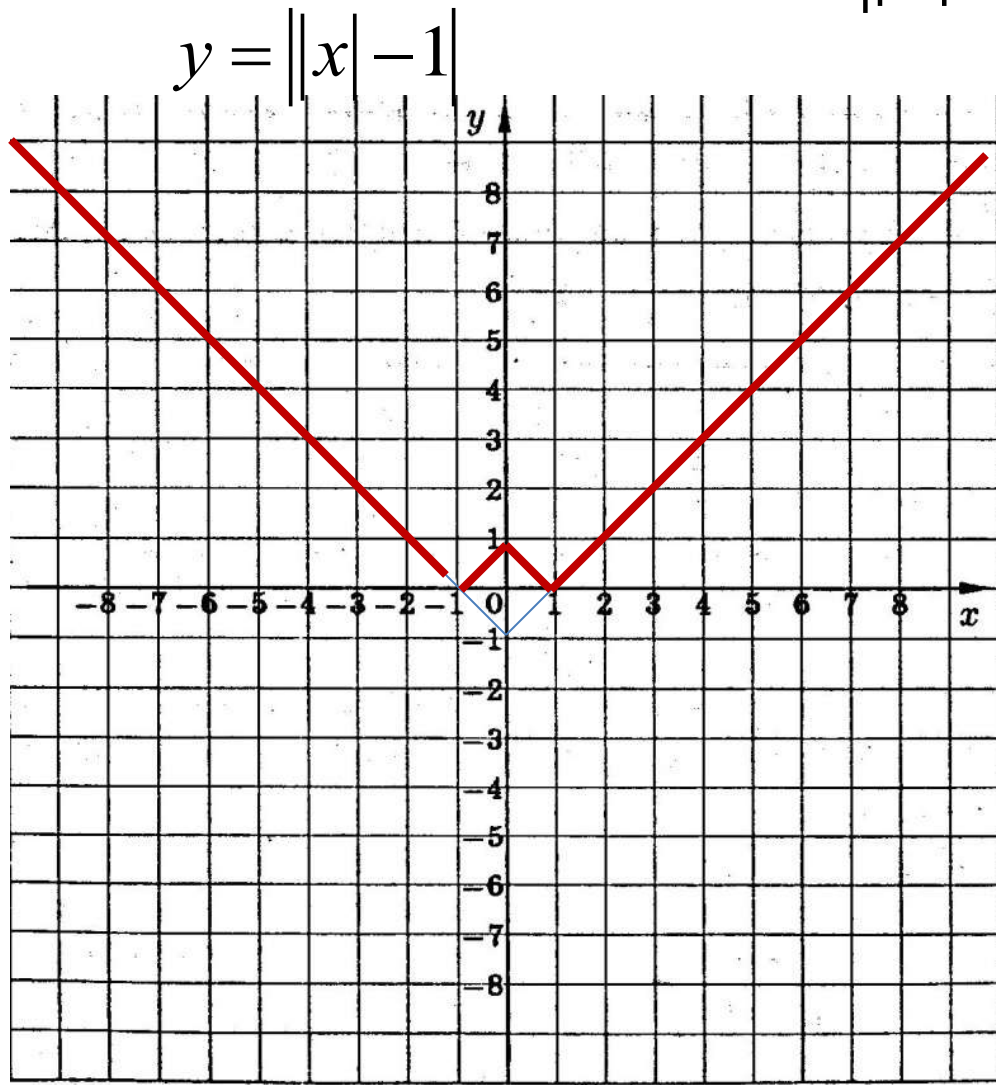
$$б) y = \frac{3|x - 2|}{x - 2} - 2$$

Построение графиков

$$y = ||f(x) \pm a|$$



$$a) y = ||x| - 1|$$



$$y_1 = |x|$$

$$y_2 = |x| - 1$$

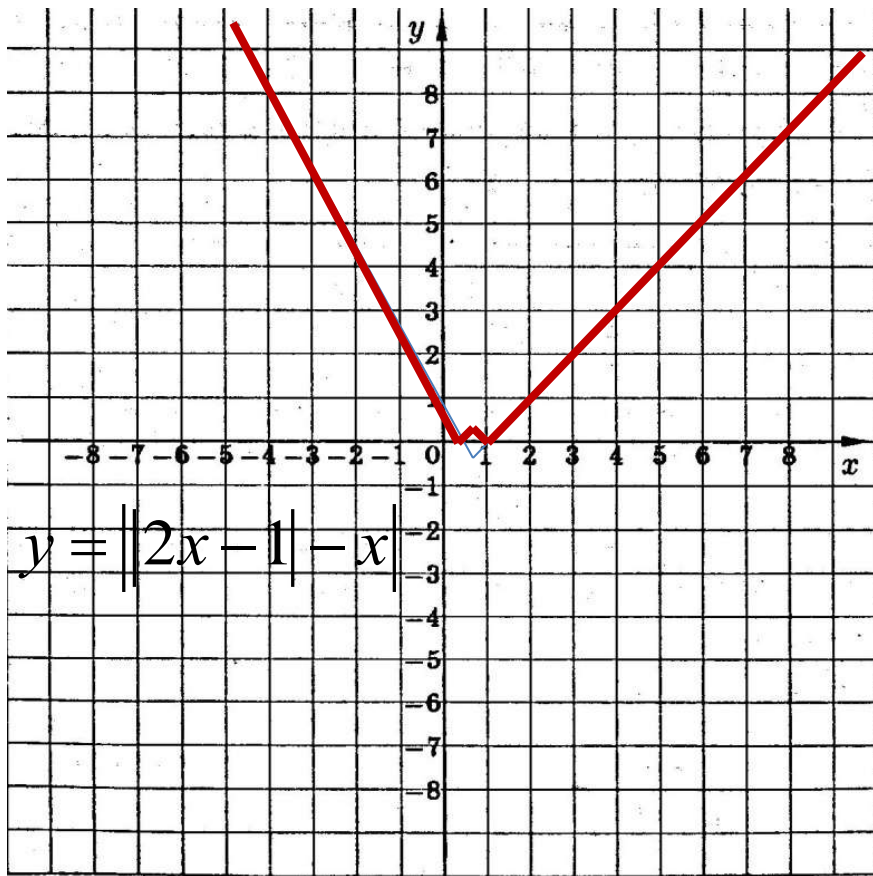
$$y = ||x| - 1|$$

Сам: $y = ||x - 1| - 1|$

$$б) y = ||2x - 1| - x|$$

$$y = \begin{cases} |2x - 1 - x|, & \text{если } 2x - 1 \geq 0 \\ |-2x + 1 - x|, & \text{если } 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} |x - 1|, & \text{если } x \geq 0,5 \\ |-3x + 1|, & \text{если } x < 0,5 \end{cases}$$



$$в) y = \left| |x + 1| - |x - 1| \right|$$

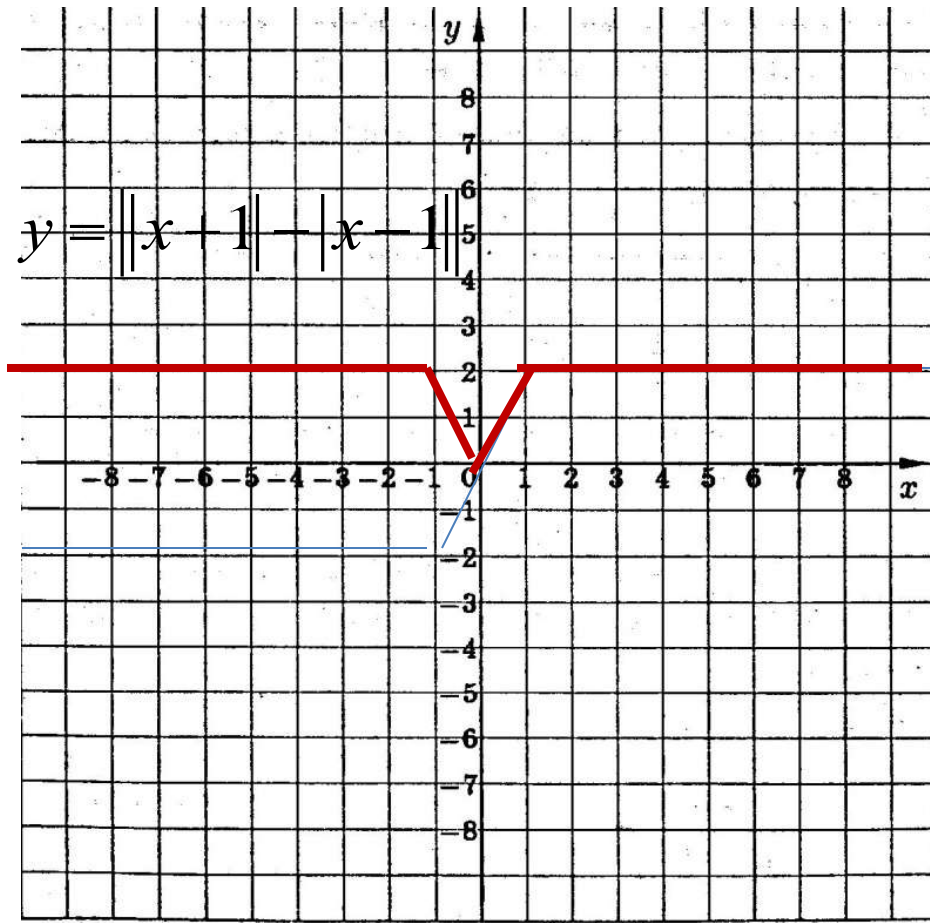
$$y_1 = |x + 1| - |x - 1|$$

узл. точки : -1; 1

	$x \in (-\infty; -1)$	$x \in [-1; 1]$	$x \in (1; +\infty)$
$ x + 1 $	-	+	+
$ x - 1 $	-	-	+

$$y = \begin{cases} -x - 1 + x - 1, & \text{если } x \in (-\infty; -1) \\ x + 1 + x - 1, & \text{если } x \in [-1; 1] \\ x + 1 - x + 1, & \text{если } x \in (1; +\infty) \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2, & \text{если } x \in (-\infty; -1) \\ 2x, & \text{если } x \in [-1; 1] \\ 2, & \text{если } x \in (1; +\infty) \end{cases}$$



$$y_1 = |x+1| - |x-1|$$

$$y = ||x+1| - |x-1||$$

Домашняя работа:

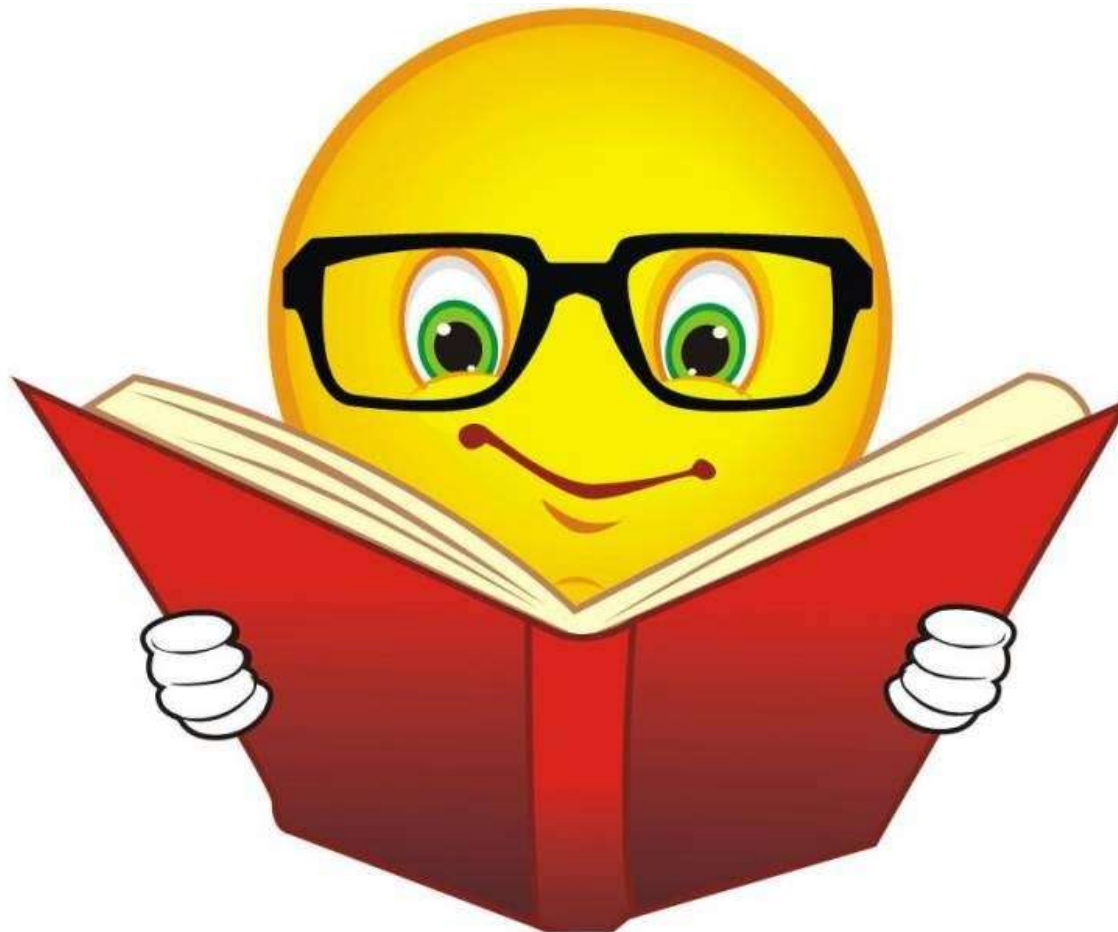


$$a) y = ||x| - 2|$$

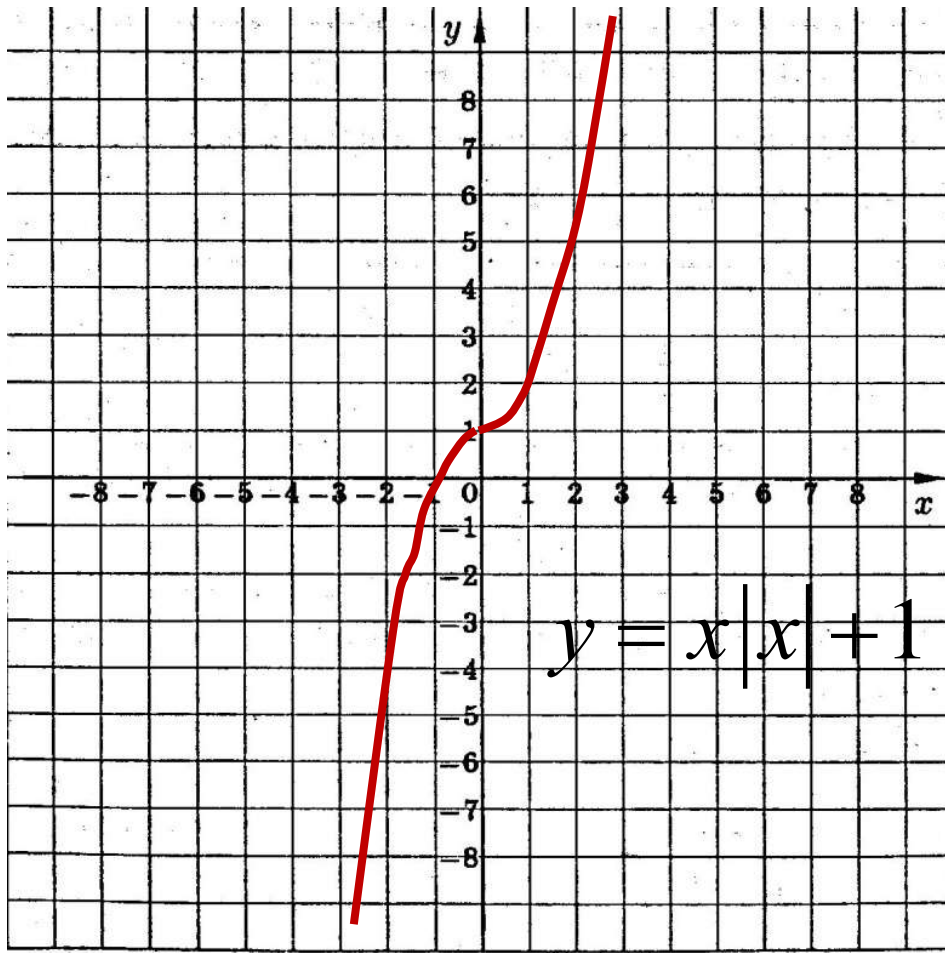
$$б) y = ||4x - 2| + x|$$

$$в) y = ||x - 2| + |x + 2||$$

Построение графиков квадратичной функции



$$1) y = x|x| + 1$$



$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \geq 0 \\ -x^2 + 1, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

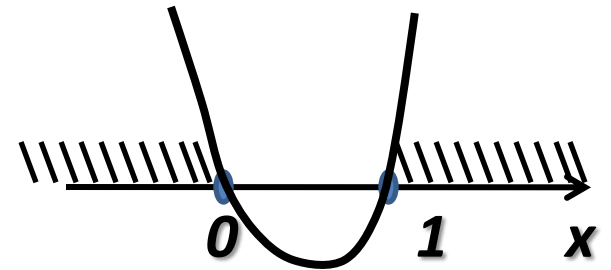
$$y = x|x| + 1$$

$$2) y = |x^2 - x| - 2$$

$$y = \begin{cases} x^2 - x - 2, & \text{если } x^2 - x \geq 0 \\ -x^2 + x - 2, & \text{если } x^2 - x < 0 \end{cases}$$

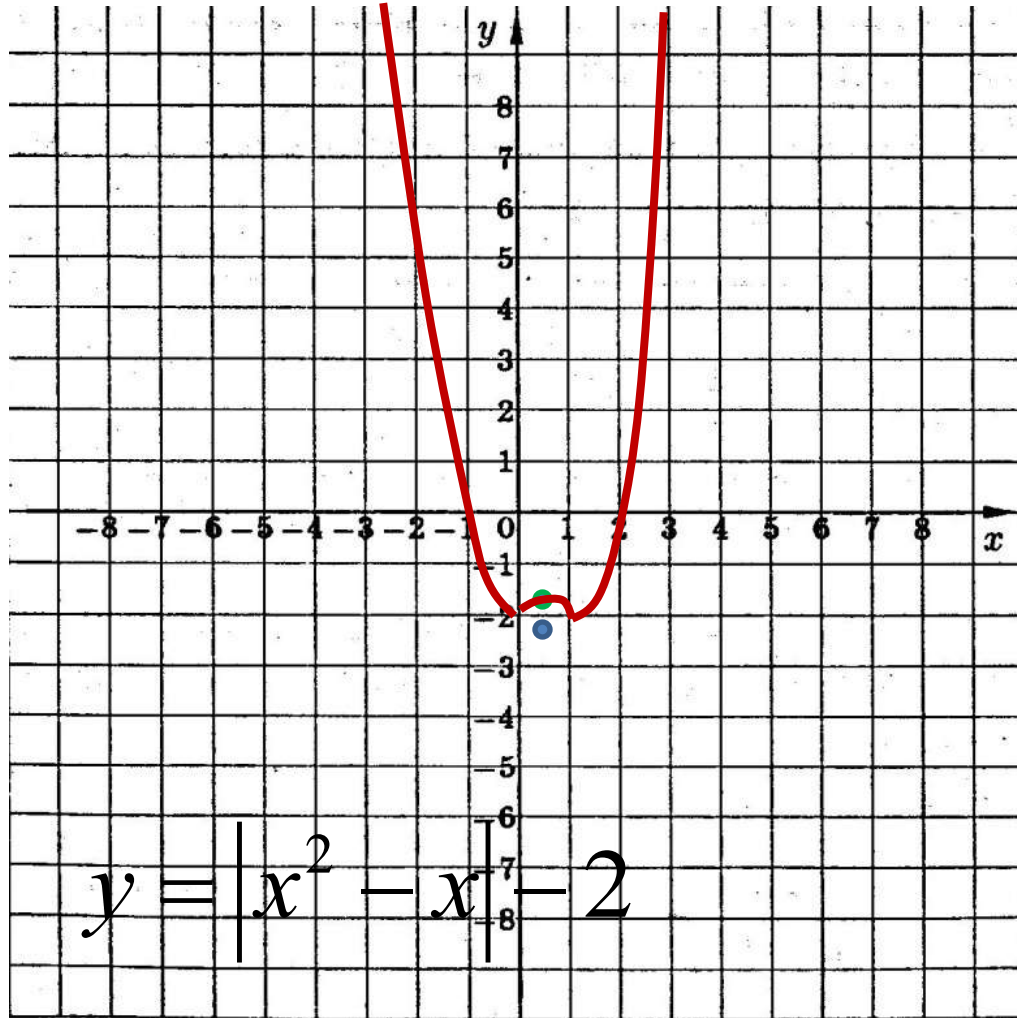
$$x^2 - x \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = x^2 - x$
квадратичная, график парабола
ветви направлены вверх т.к. $1 > 0$



$$\begin{aligned} \text{Ее нули : } x^2 - x &= 0 & x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty) \\ x(x-1) &= 0 \\ x &= 0; 1 & x^2 - x < 0, \quad x \in (0; 1) \end{aligned}$$

$$y = \begin{cases} x^2 - x - 2, & \text{если } x \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty) \\ -x^2 + x - 2, & \text{если } x \in (0; 1) \end{cases}$$



$$y = x^2 - x - 2$$

$$x_{\text{в}} = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$y_{\text{в}} = -2,25$$

$$y = -x^2 + x - 2$$

$$x_{\text{в}} = \frac{-1}{-2} = 0,5$$

$$y_{\text{в}} = -1,75$$

$$3) y = |x^2 + 2|x| - 3|$$

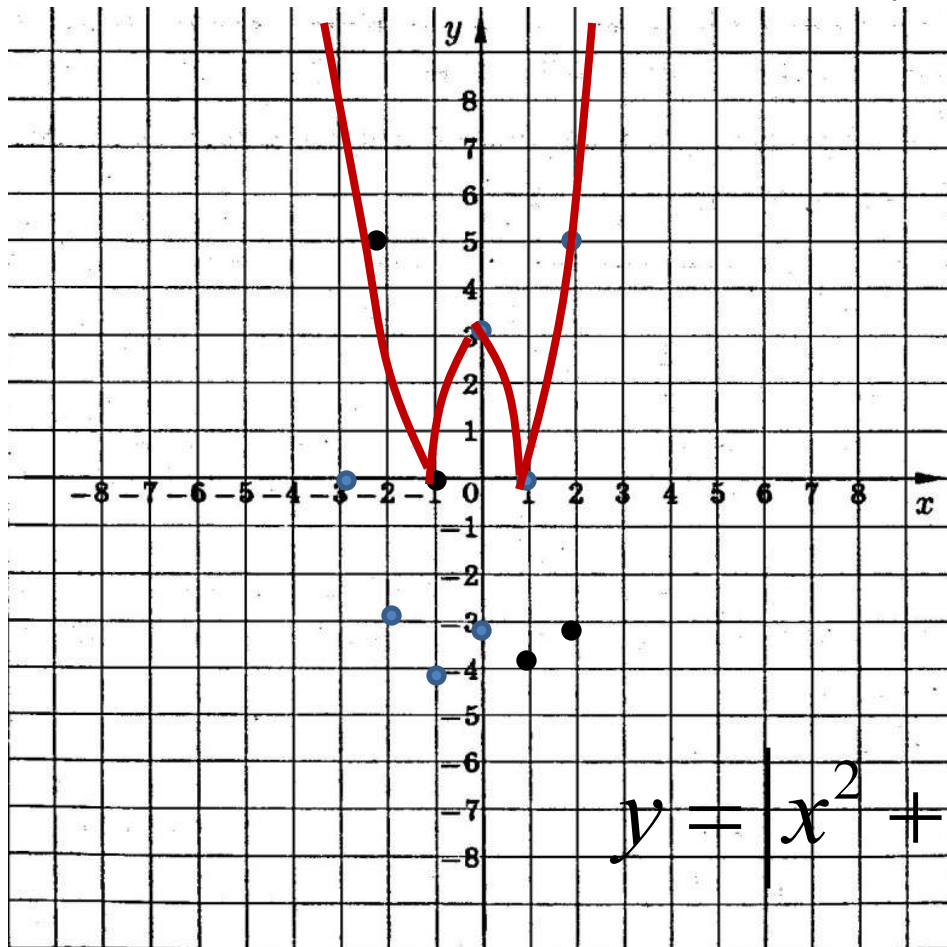
$$y = \begin{cases} |x^2 + 2x - 3|, & \text{если } x \geq 0 \\ |x^2 - 2x - 3|, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = |x^2 + 2x - 3|$$

$$x_0 = -1 \quad y_0 = -4$$

$$y = |x^2 - 2x - 3|$$

$$x_0 = 1 \quad y_0 = -4$$



$$y = |x^2 + 2|x| - 3|$$

$$4) y = 5 - |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$$

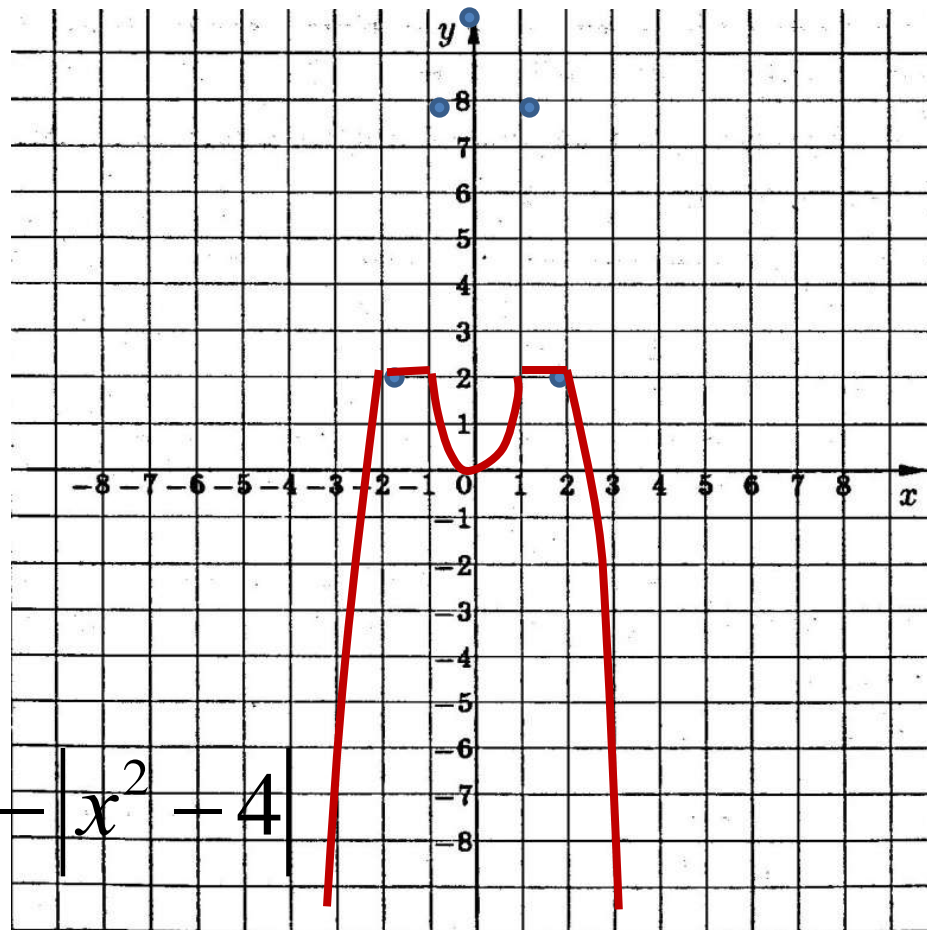
	$(-\infty; -2)$	$[-2; -1]$	$(-1; 1)$	$[1; 2]$	$(2; +\infty)$
$ x^2 - 1 $	+	+	-	+	+
$ x^2 - 4 $	+	-	-	-	+

$$y = \begin{cases} 5 - x^2 + 1 - x^2 + 4, & \text{если } x \in (-\infty; -2) \\ 5 - x^2 + 1 + x^2 - 4, & \text{если } x \in [-2; -1] \\ 5 + x^2 - 1 + x^2 - 4, & \text{если } x \in (-1; 1) \\ 5 - x^2 + 1 + x^2 - 4, & \text{если } x \in [1; 2] \\ 5 - x^2 + 1 - x^2 + 4, & \text{если } x \in (2; +\infty) \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2x^2 + 10, & \text{если } x \in (-\infty; -2) \\ 2, & \text{если } x \in [-2; -1] \\ 2x^2, & \text{если } x \in (-1; 1) \\ 2, & \text{если } x \in [1; 2] \\ -2x^2 + 10, & \text{если } x \in (2; +\infty) \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2x^2 + 10, & \text{если } x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \\ 2, & \text{если } x \in [-2; -1] \cup [1; 2] \\ 2x^2, & \text{если } x \in (-1; 1) \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -2x^2 + 10, & \text{если } x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \\ 2, & \text{если } x \in [-2; -1] \cup [1; 2] \\ 2x^2, & \text{если } x \in (-1; 1) \end{cases}$$



$$y = 5 - |x^2 - 1| - |x^2 - 4|$$

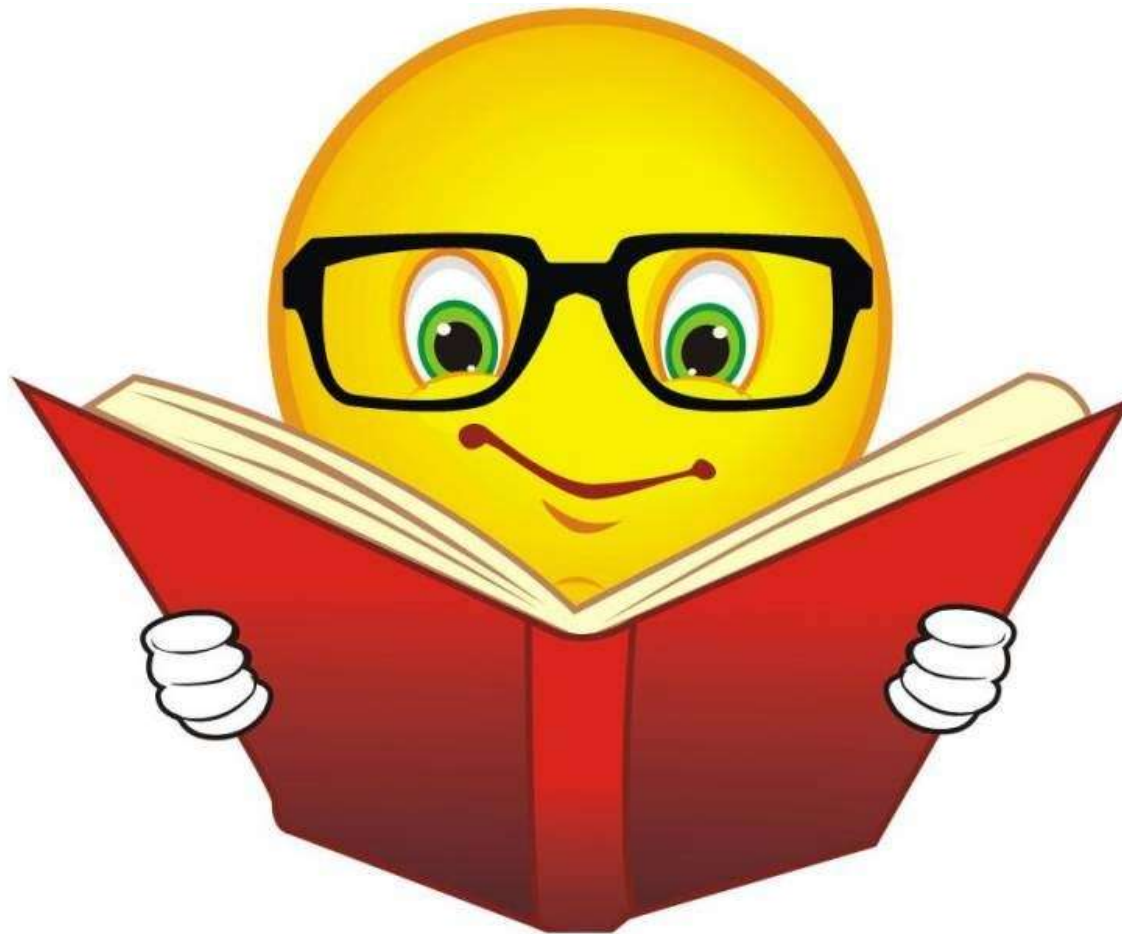
Домашняя работа:



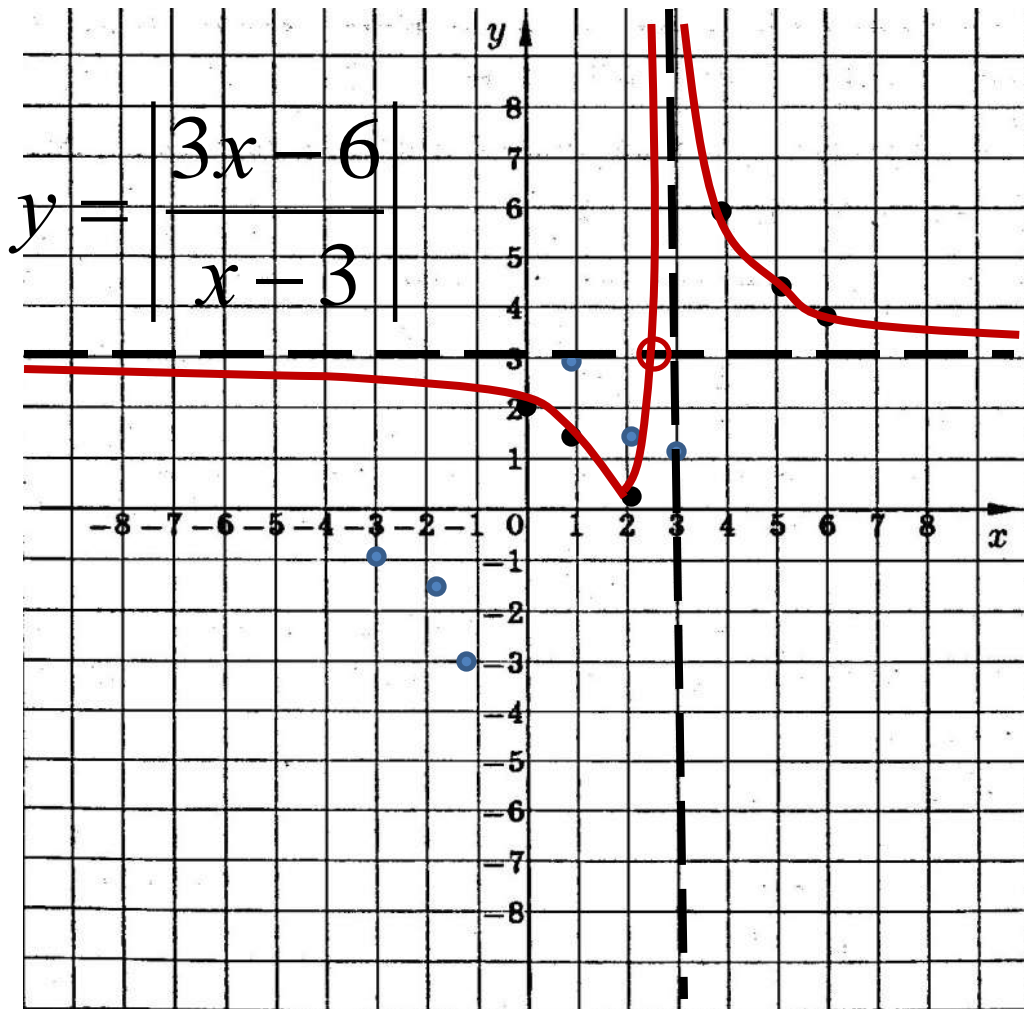
$$a) y = x|x - 2|$$

$$б) y = |x^2 - x - 2|$$

Построение графиков дробно- линейных функций



$$1) y = \left| \frac{3x - 6}{x - 3} \right|$$



$$\begin{array}{r} 3x - 6 \quad | \quad x - 3 \\ \hline 3x - 9 \quad | \quad 3 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$y = \left| 3 + \frac{3}{x - 3} \right|$$

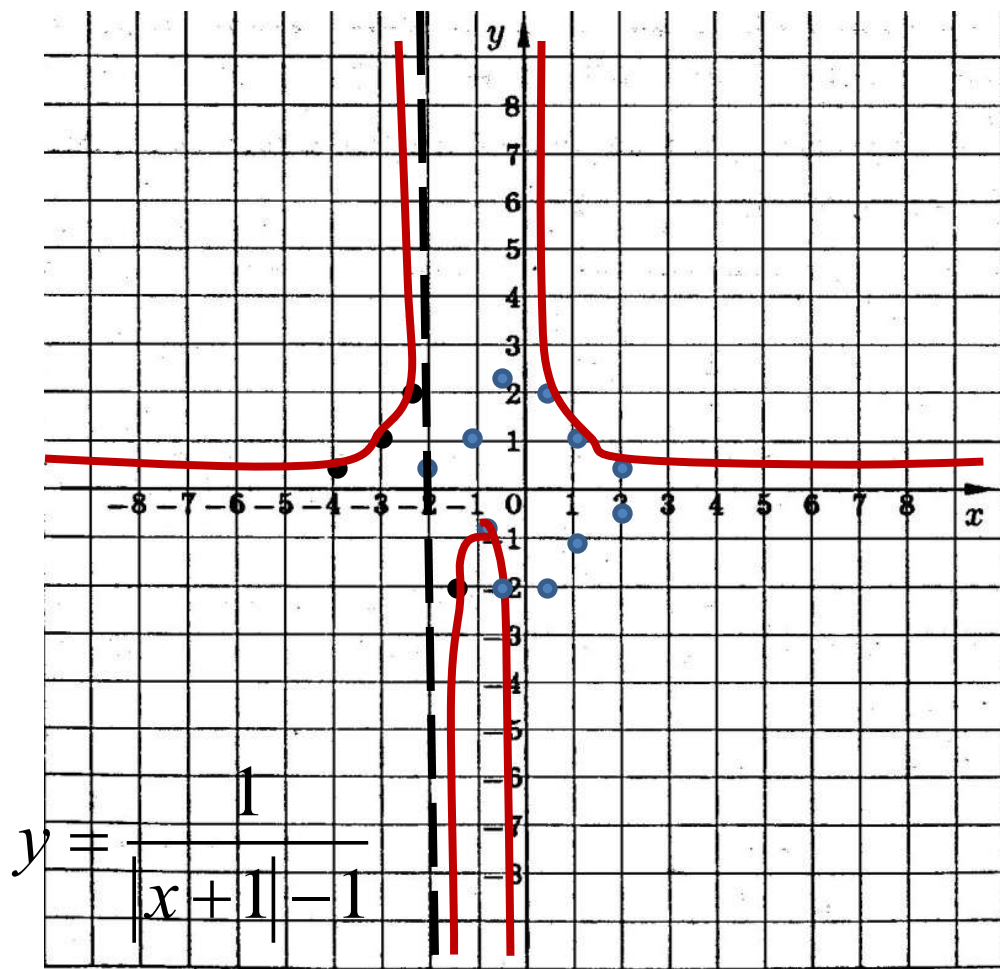
$$y = 3 + \frac{3}{x - 3}$$

$$2) y = \frac{1}{|x+1|-1}$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x+1-1}, & \text{если } x+1 \geq 0 \\ \frac{1}{-x-1-1}, & \text{если } x+1 < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq -1 \\ \frac{1}{-x-2}, & \text{если } x < -1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq -1 \\ -\frac{1}{x+2}, & \text{если } x < -1 \end{cases}$$



$$3) y = \frac{|x| - x}{x + 1}$$

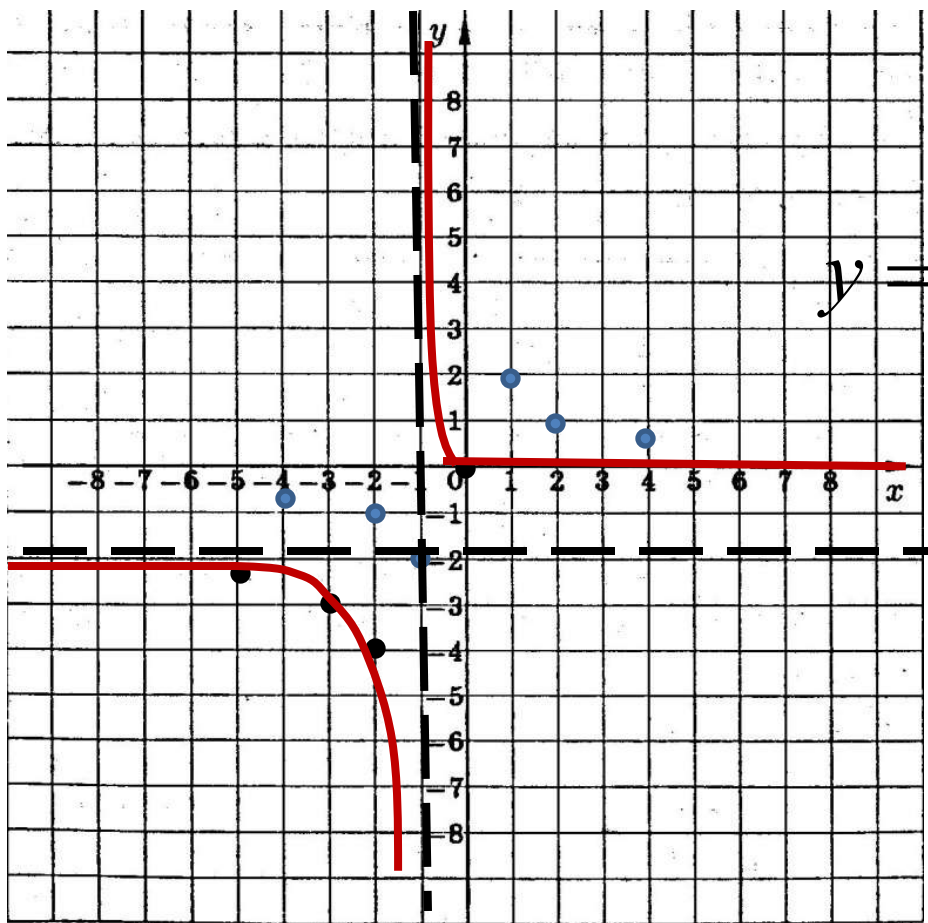
$$y = \begin{cases} \frac{x - x}{x + 1}, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-x - x}{x + 1}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0 \\ \frac{-2x}{x + 1}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{-2x}{-2x - 2} \left| \frac{x + 1}{-2} \right.$$
$$2$$

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0 \\ -2 + \frac{2}{x + 1}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0 \\ -2 + \frac{2}{x+1}, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$



$$y = \frac{|x| - x}{x + 1}$$

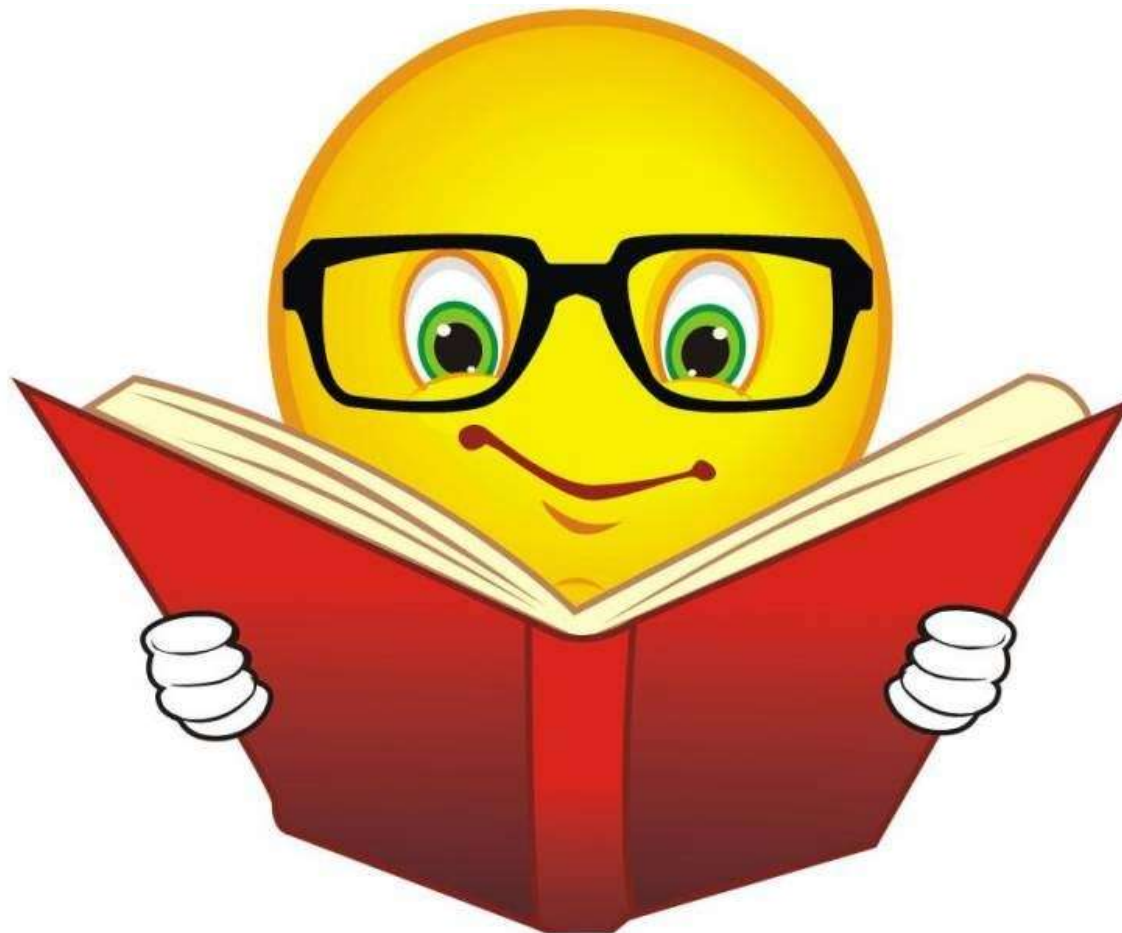
Домашняя работа:



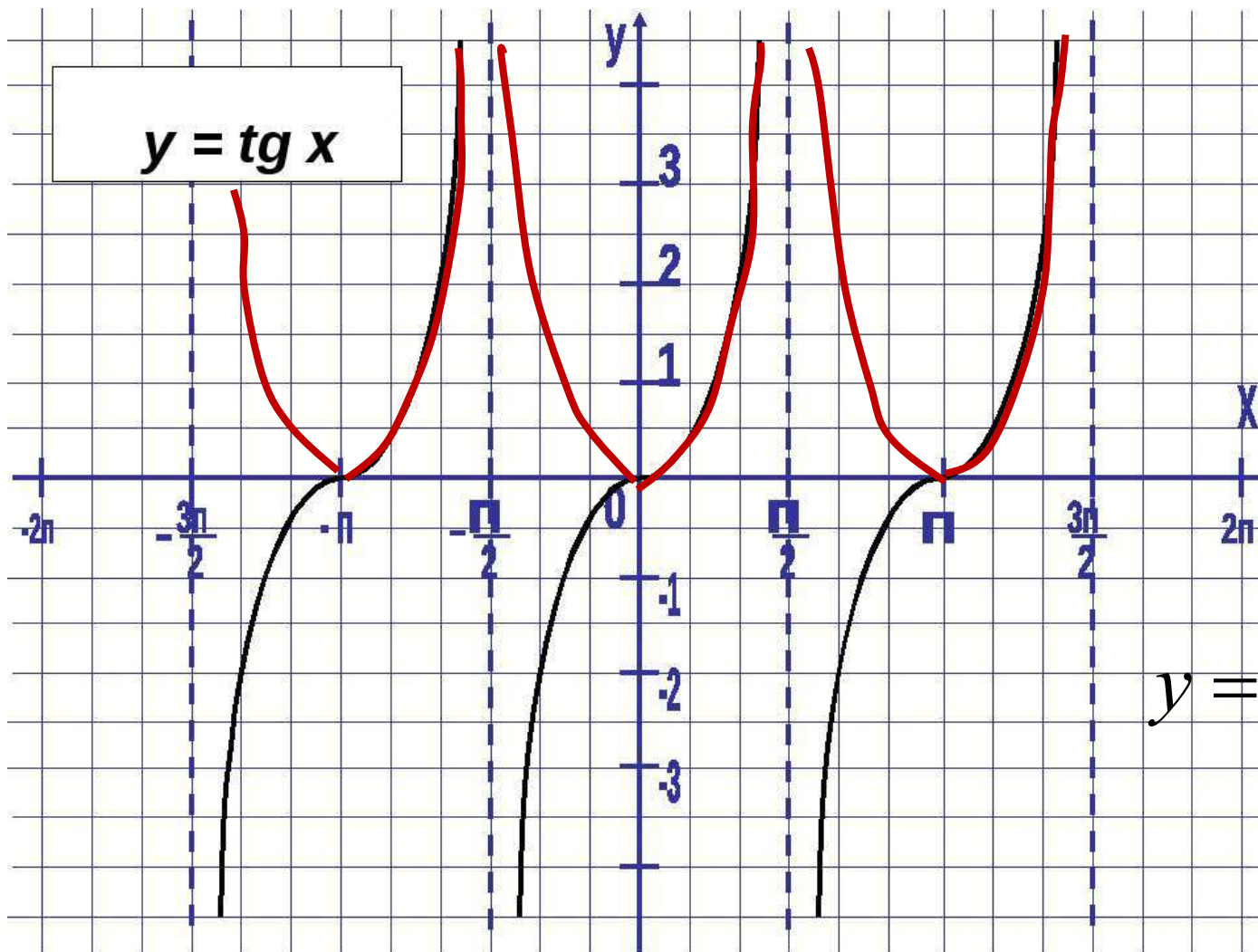
$$a) y = \left| \frac{2x + 1}{x - 2} \right|$$

$$б) y = \frac{|x + 1| - 1}{x}$$

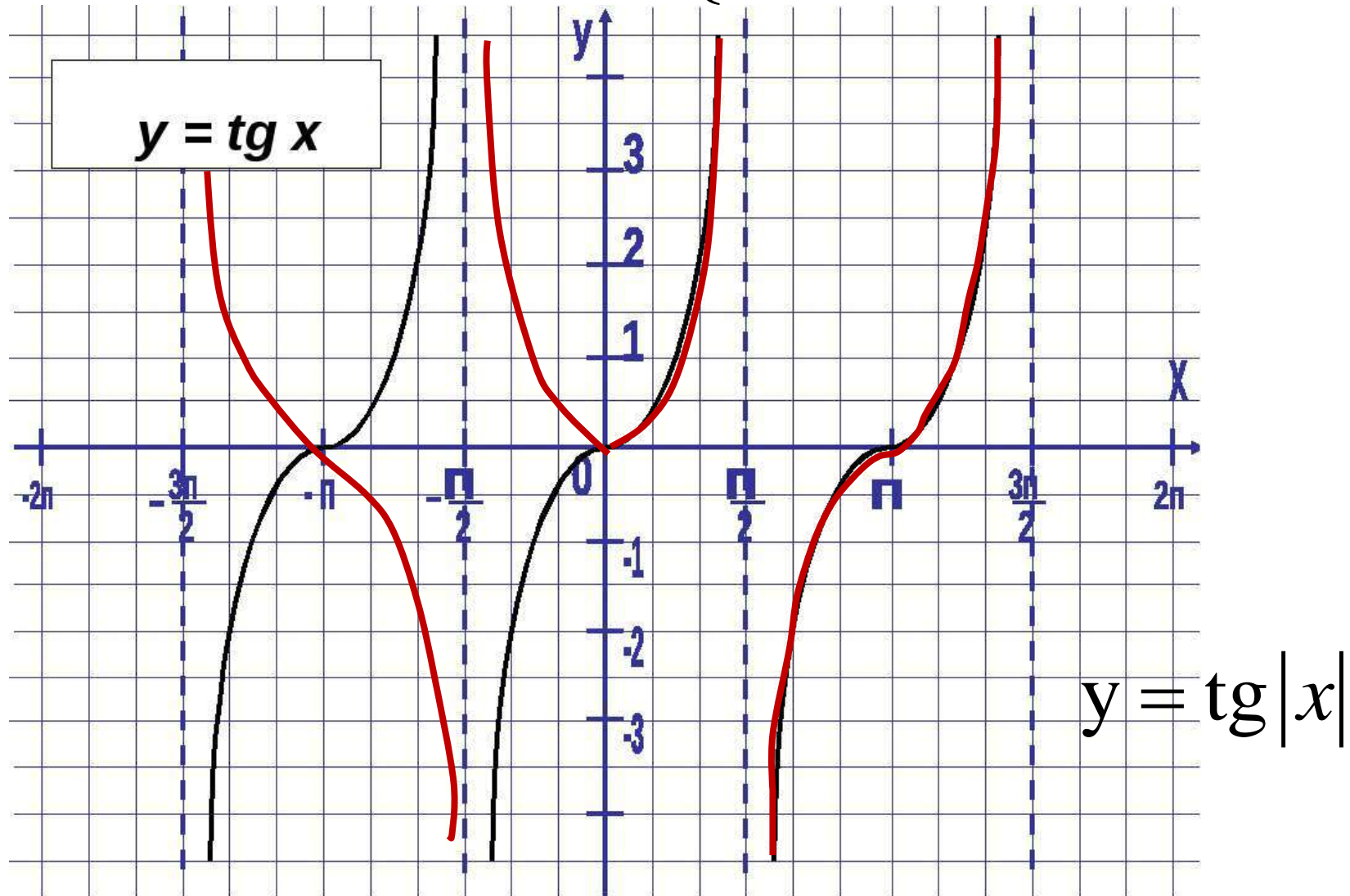
Построение графиков тригонометрических функций



$$1) y = |\operatorname{tg} x|$$

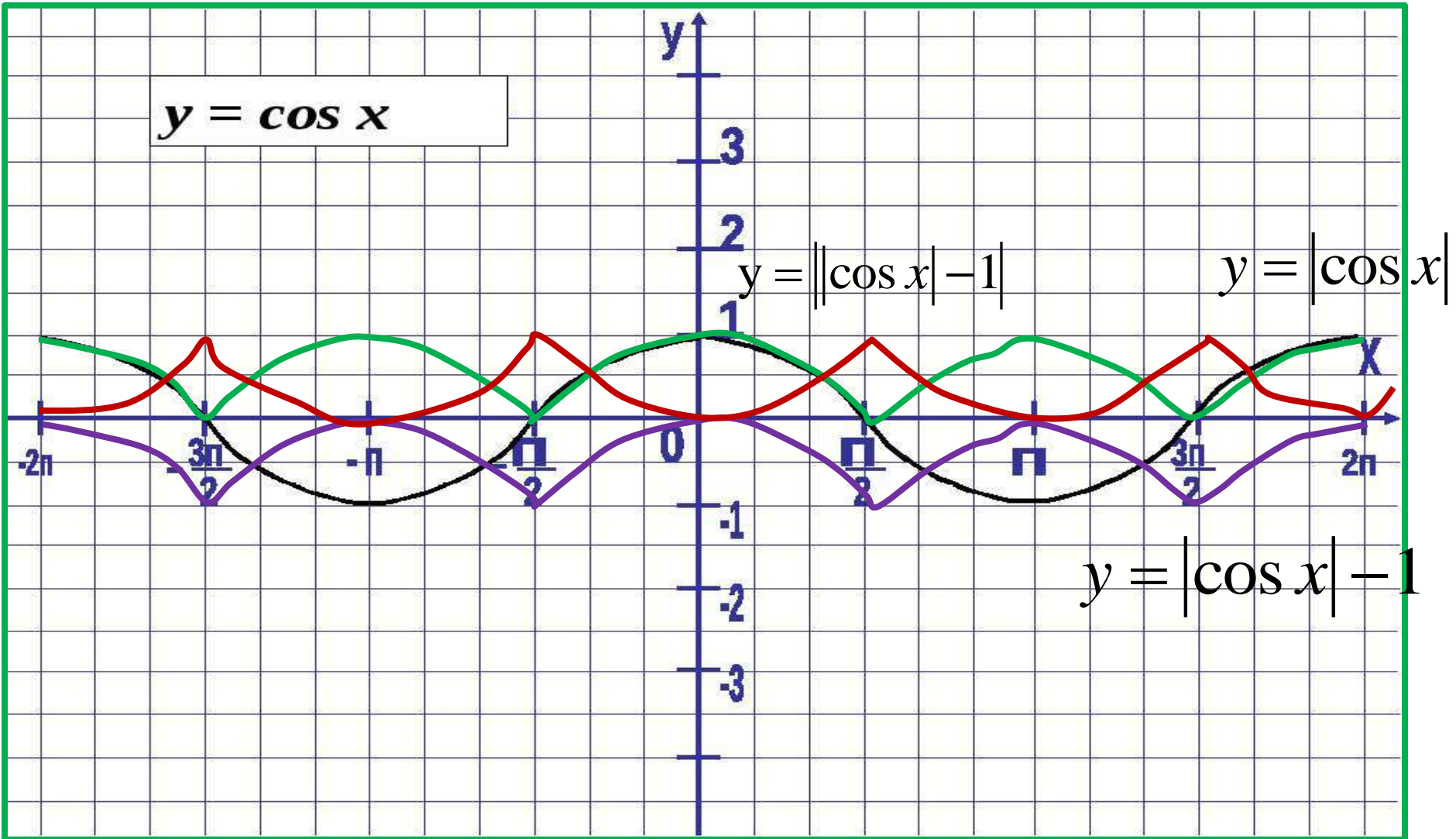


$$2) y = \operatorname{tg} |x| \quad y = \begin{cases} \operatorname{tg} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -\operatorname{tg} x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

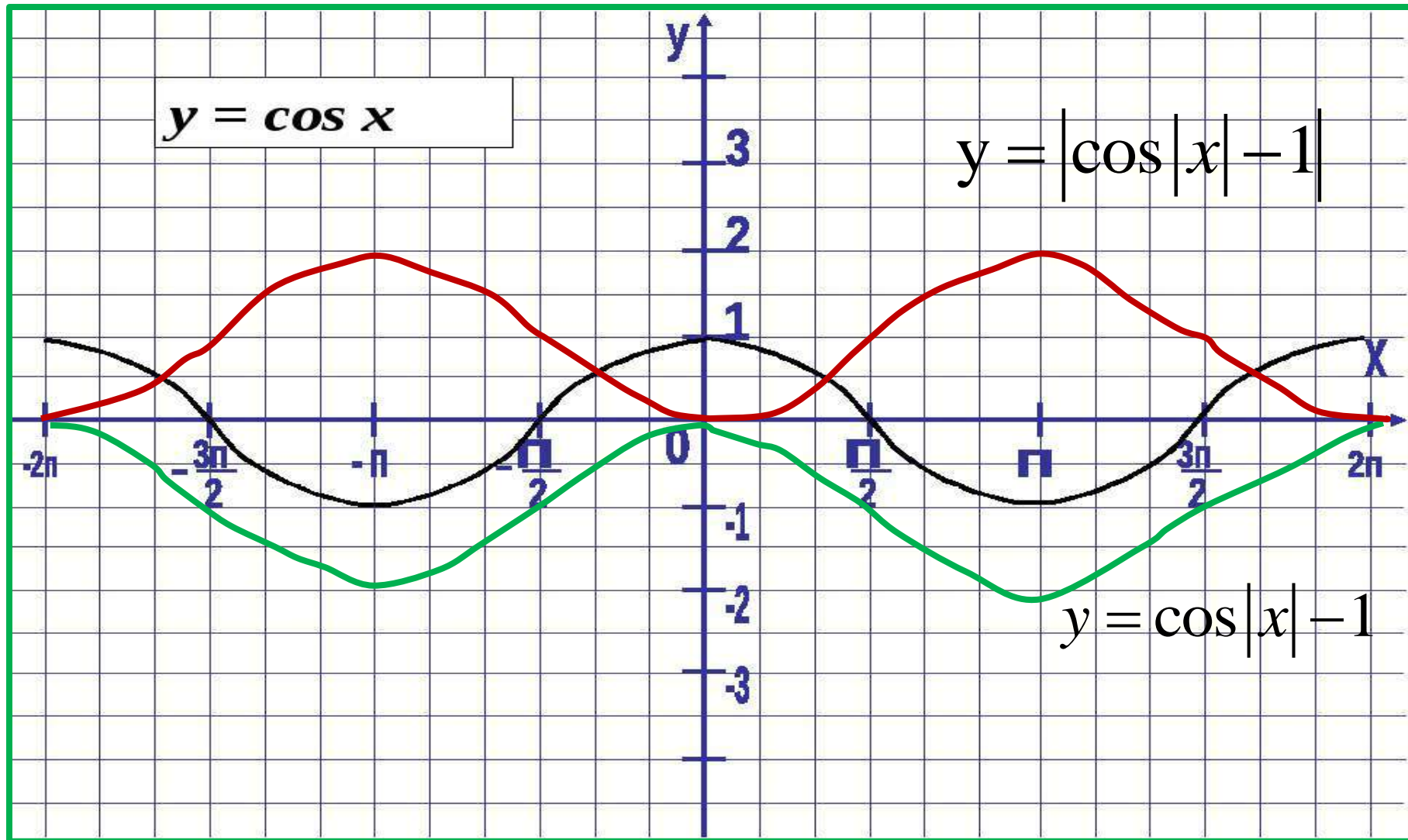


$$3) y = \left| |\cos x| - 1 \right|$$

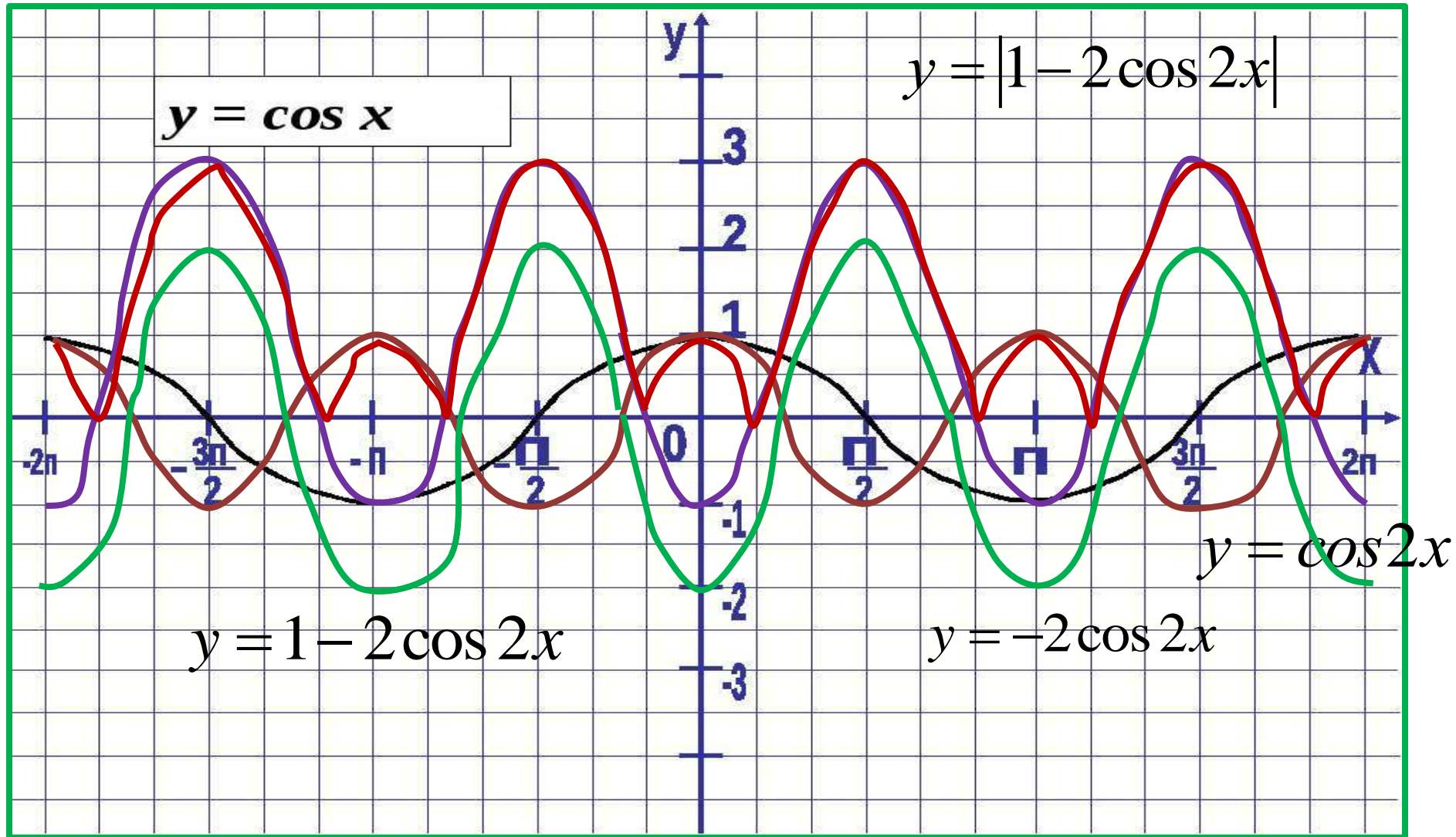
$$y = \cos x$$



$$4) y = |\cos|x|| - 1 \quad y = \cos|x| = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x \geq 0 \\ \cos x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

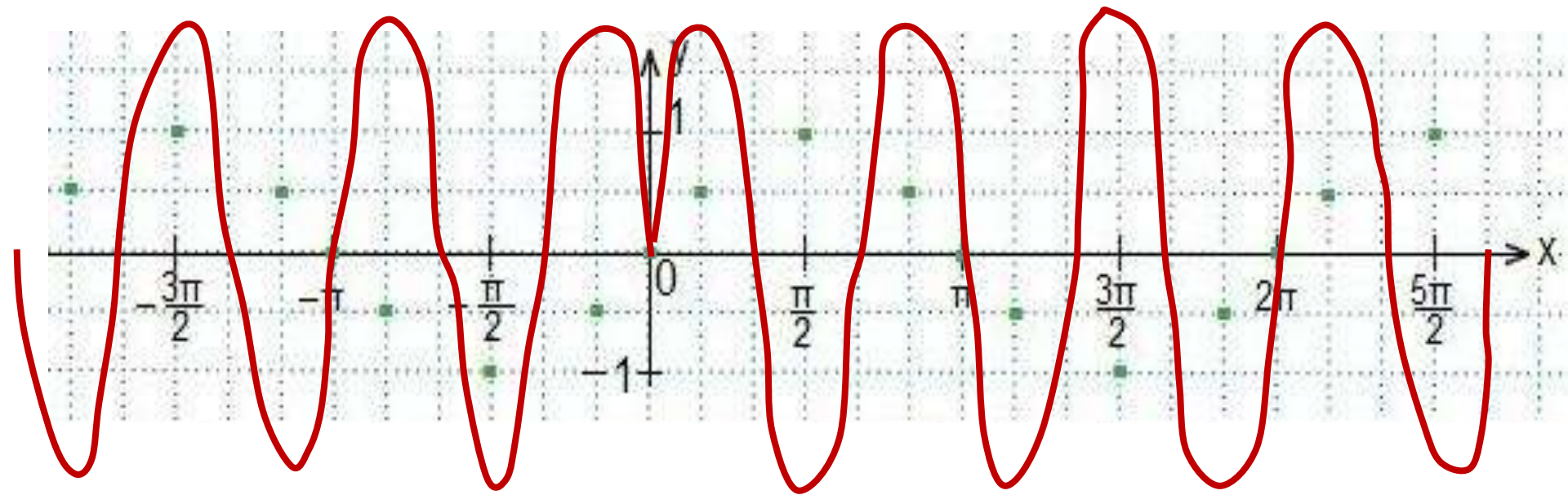


$$5) y = |1 - 2 \cos 2x|$$



$$6) y = 2 \sin |3x|$$

$$y = \begin{cases} 2 \sin 3x, & \text{если } x \geq 0 \\ -2 \sin 3x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$



$$y = 2 \sin |3x|$$