

Неравенства



Решение неравенств с одной переменной

Два неравенства с одной переменной равносильны, если их решения совпадают

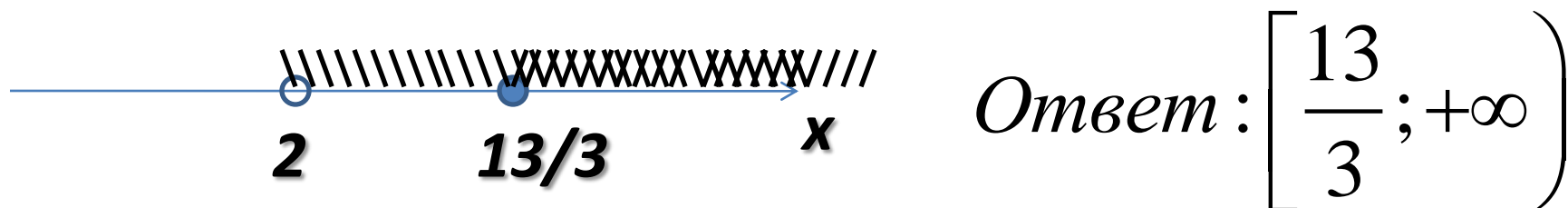
Несколько неравенств с одной переменной образуют систему неравенств, если ставится задача найти все общие решения заданных неравенств.

Решением системы неравенств представляет собой пересечение решений неравенств, образующих систему



Например:

$$1) \begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ 3x - 2 \geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > 4 \\ 3x \geq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x \geq \frac{13}{3} \end{cases} \quad x \geq \frac{13}{3}$$



Ответ: $\left[\frac{13}{3}; +\infty \right)$

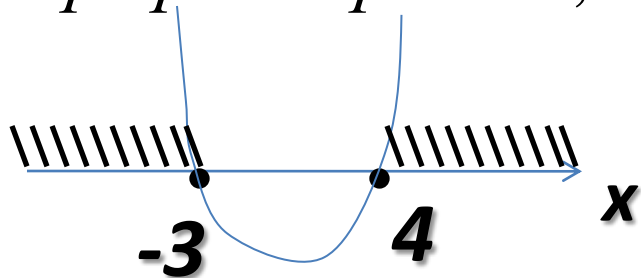
$$2) \sqrt{x^2 - x - 12} < x$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 12 \geq 0 \\ x > 0 \\ x^2 - x - 12 < x^2 \end{cases}$$



$$a) x^2 - x - 12 \geq 0$$

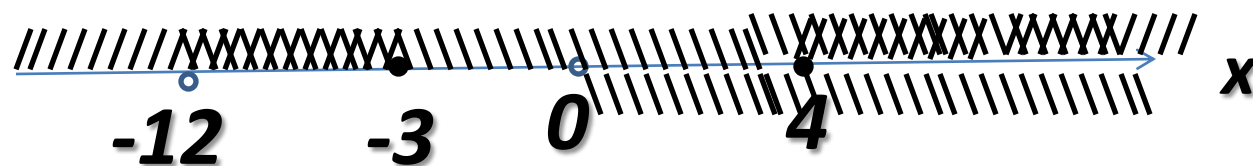
Рассмотрим функцию $y = x^2 - x - 12$ – квадратичная, график парабола, ветви вверх. Ее нули: $x = 4; -3$



$$x \in (-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$$

б) $x > 0$ в) $-x - 12 < 0$ $x > -12$

г) Найдем решение системы



Ответ: $x \in [4; +\infty)$

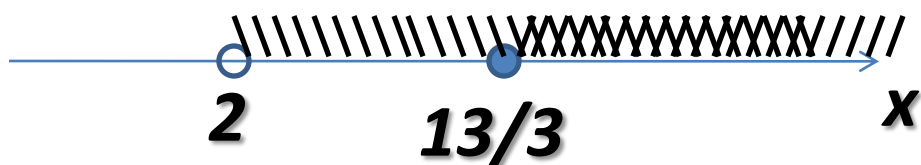
Несколько неравенств с одной переменной образует совокупность неравенств, если ставится задача найти все такие значения переменной, каждое из которых является решением хотя бы одного из заданных неравенств



Решением совокупности неравенств представляет собой объединение решений неравенств образующих совокупность

Например :

$$1) \begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ 3x - 2 \geq 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2 \\ x \geq \frac{13}{3} \end{cases}$$



Ответ : $(2; +\infty)$

$$2) |2x - 5| > 4$$

$$\begin{cases} 2x - 5 \geq 0 \\ 2x - 5 > 4 \\ 2x - 5 < 0 \\ -2x + 5 > 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 5 \\ 2x > 9 \\ 2x < 5 \\ -2x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2,5 \\ x > 4,5 \\ x < 2,5 \\ x < 0,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 4,5 \\ x < 0,5 \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; 0,5) \cup (4,5; +\infty)$

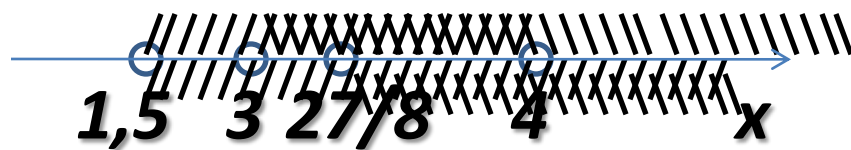


$$3) \log_{x-2} (2x-3) > \log_{x-2} (24-6x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-2 > 1 \\ 2x-3 > 0 \\ 24-6x > 0 \\ 2x-3 > 24-6x \\ 0 < x-2 < 1 \\ 2x-3 > 0 \\ 24-6x > 0 \\ 2x-3 < 24-6x \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x > 3 \\ x > 1,5 \\ x < 4 \\ x > \frac{27}{8} \\ 2 < x < 3 \\ x > 1,5 \\ x < 4 \\ x < \frac{27}{8} \end{array} \right.$$



$$x \in \left(\frac{27}{8}; 4 \right)$$



$$x \in (2; 3)$$

$$\text{Ответ: } (2; 3) \cup \left(\frac{27}{8}; 4 \right)$$