Предел функции

mathvideourok.moy.su

$$\textit{Вернемся к } \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$$

Числовая последовательность

это частный случай числовой функции.

$$\textit{Если мы будем рассматривать } y=\frac{1}{x}, \textit{то}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$$

$$\textit{Что это означает}?$$

$$\textit{Построим схематически график } y=\frac{1}{x}$$

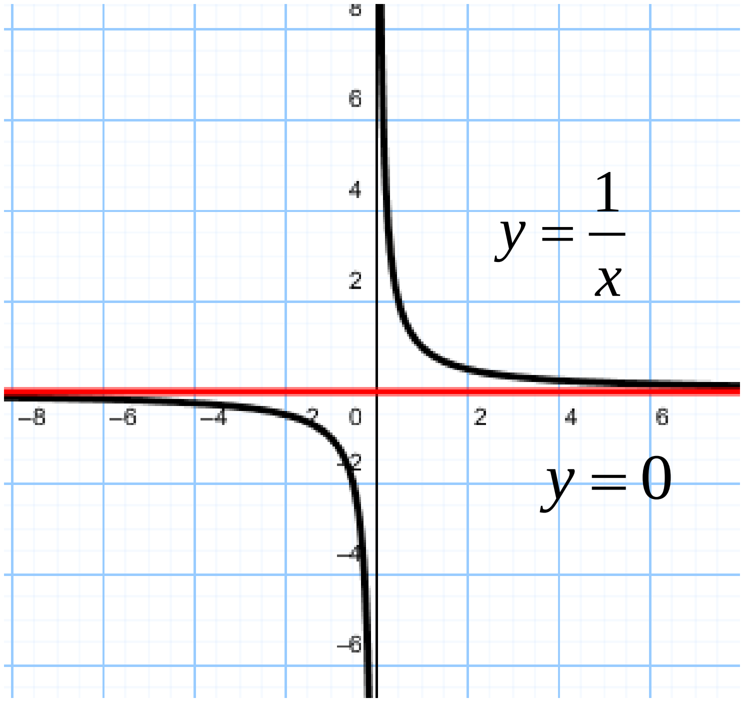


График прижимается к оси ох .

Прямая $y=0$

является горизонтальной

асимптотой

Значит рассматривая

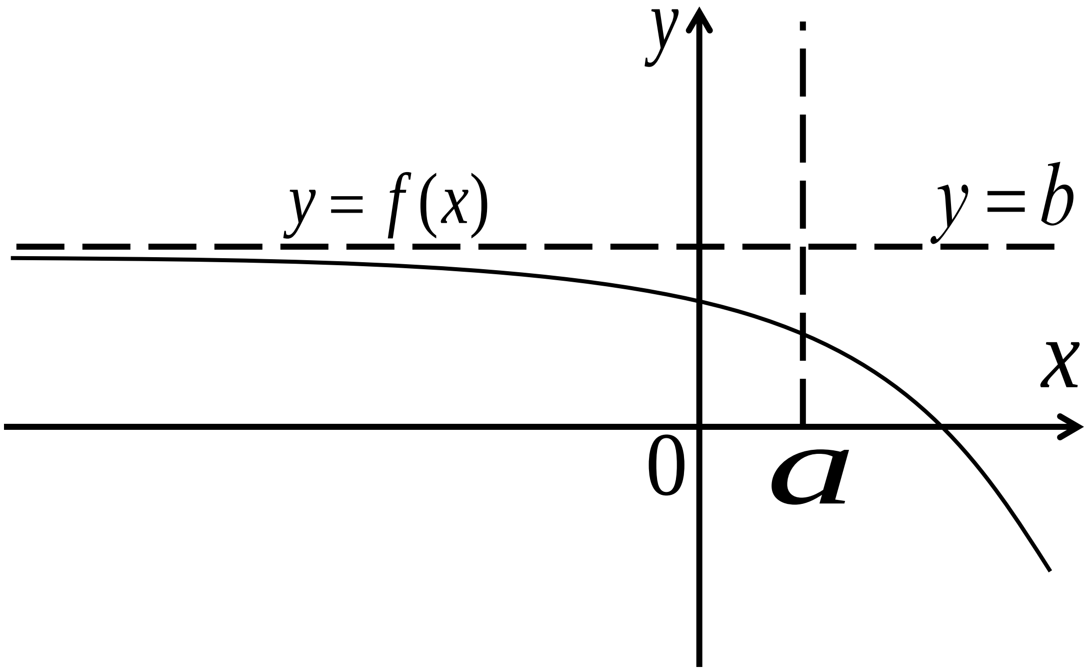
функцию $y=f(x)$

и вычисляя

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=b,$$

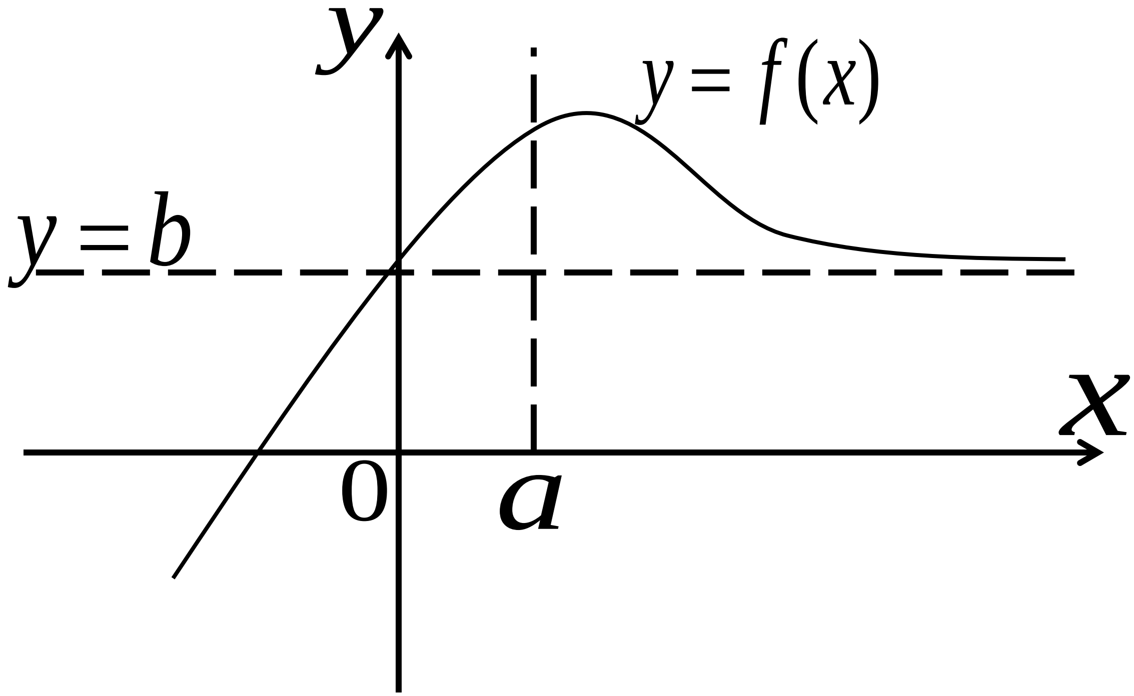
то $y=b$ *- горизонтальная*

асимптота



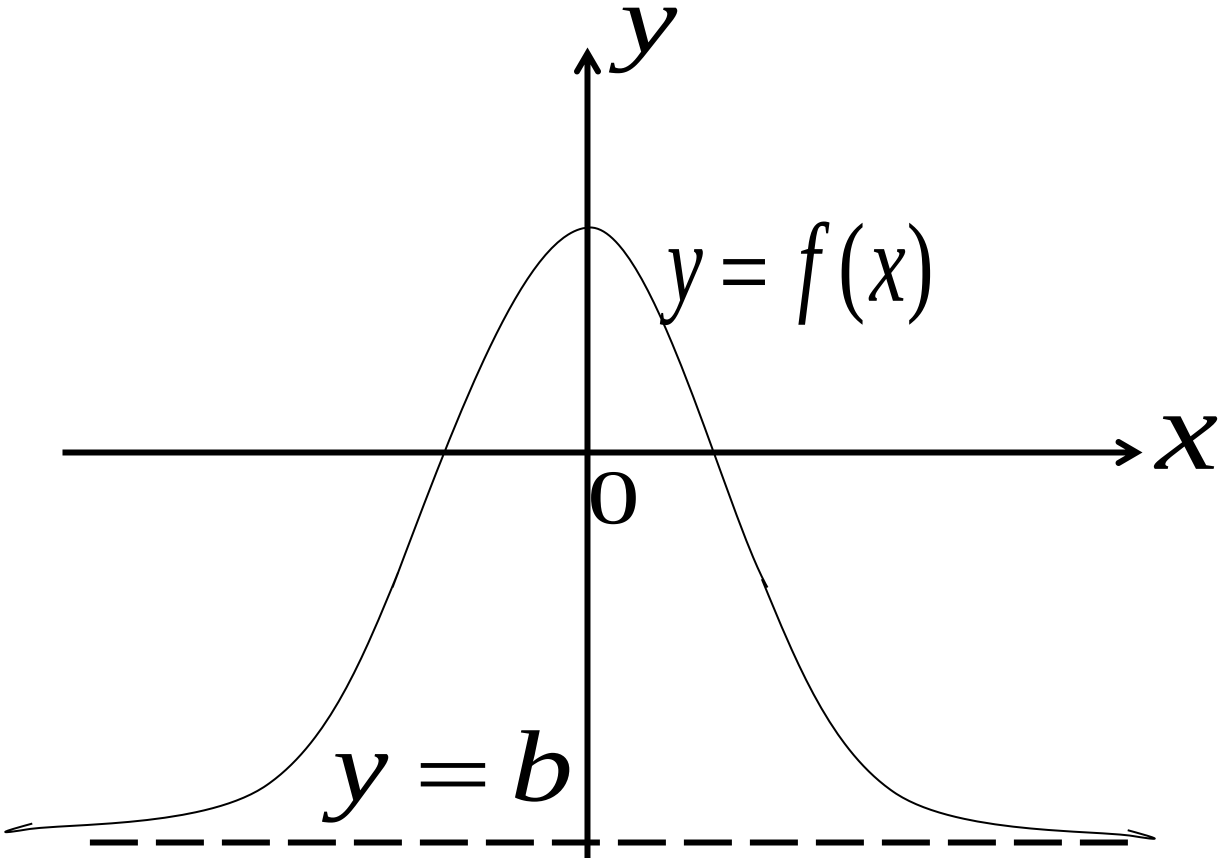
Если дана функция $y = f(x)$ *на* $(-\infty; a]$, *то ее горизонтальная асимптота*

$$\boxed{y = \lim_{x \to -\infty} f(x) = b}$$



Если дана функция $y = f(x)$ *на* $[a;+\infty)$, *то ее горизонтальная асимптота*

$$y = \lim_{x\to+\infty} f(x) = b$$



Если дана функция $y = f(x)$ и одновременно выполняются соотношения

$$y = \lim_{x \to -\infty} f(x) = b \quad \text{и} \quad y = \lim_{x \to +\infty} f(x) = b,$$

то их можно объединить $\boxed{y = \lim_{x \to \infty} f(x) = b}$

Пределы вычисляются по тем же правилам.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{x^2-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{3}{x^2}}{1-\frac{4}{x^2}}=2$$

Функцию $y=f(x)$ наз. непрерывной в т. $x=a$ если выполняется соотношение

$$\boxed{\lim_{x\to a}f(x)=f(a)}$$

Мы перешли к пределу функции в точке

1). $\lim\limits_{x\to 1}(x^3-2x^2+5x+3)=1-2+5+3=7$

2). $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sin \pi x}{\sqrt{x+4}} = \frac{\sin 2\pi}{\sqrt{2+4}} = 0$

3). $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^2 - 9}{4x + 12} = \lim\limits_{x \to -3} \frac{(x-3)(x+3)}{4(x+3)} = \lim\limits_{x \to -3} \frac{x-3}{4} =$

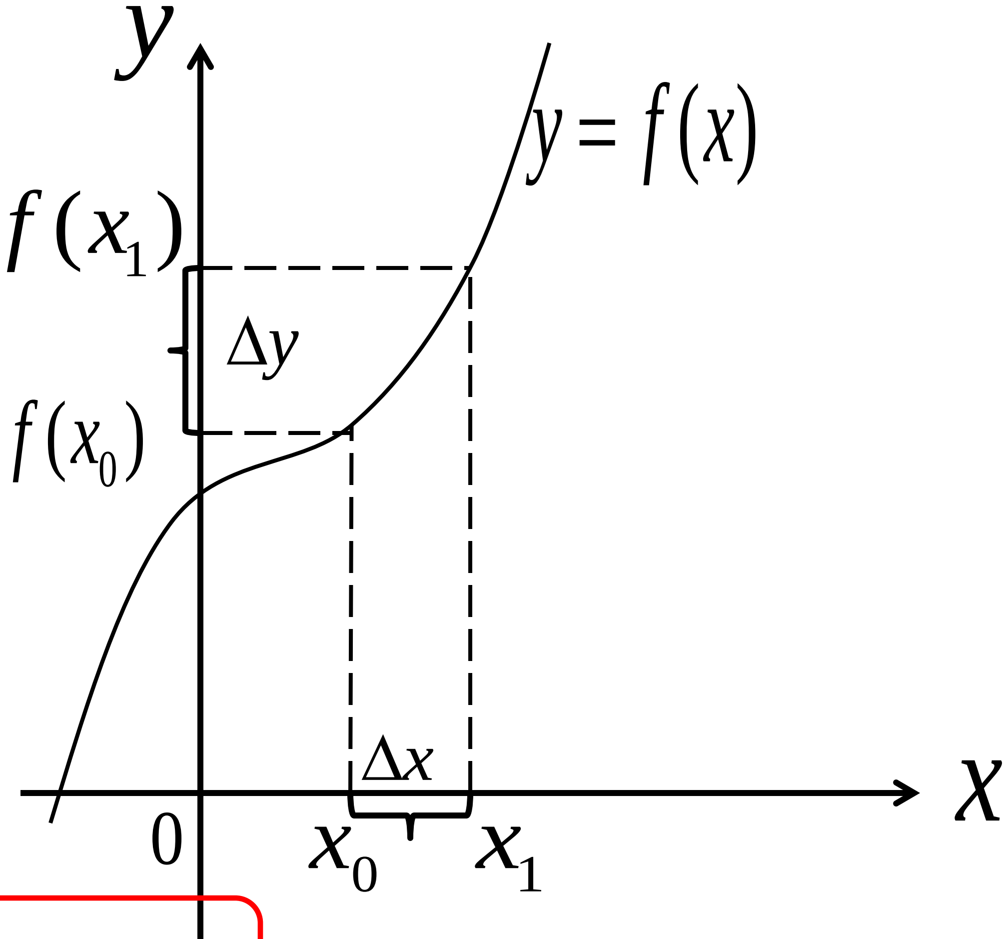
$= \frac{-6}{4} = -1{,}5$

Работая с дробями математики заметили

$\frac{\sin 1}{1} \approx 0{,}84147$ $\frac{\sin 0{,}1}{0{,}1} \approx 0{,}99833,$ *значит*

$$\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1}$$

Приращение аргумента. Приращение функции.



$\boxed{\Delta x = x_1 - x_0}$ *наз. приращением аргумента*

$\boxed{\Delta f = \Delta y = f(x_1) - f(x_0)}$ *наз. приращением функции*

$т.\ к.\ \ x_1 = \Delta x + x_0$

$$\boxed{\Delta y = f(\Delta x + x_0) - f(x_0)}$$

1). *Найти приращение функции* $y = x^2$

при переходе от $x_0 = 1$ *к* $x_1 = 1{,}1$

решение:

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0) = 1{,}1^2 - 1^2 = 1{,}21 - 1 = 0{,}21$$

2). *Найдите приращение функции при переходе от* x *до* $x+\Delta x$ *и найти* $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ *для* $y=kx+m$

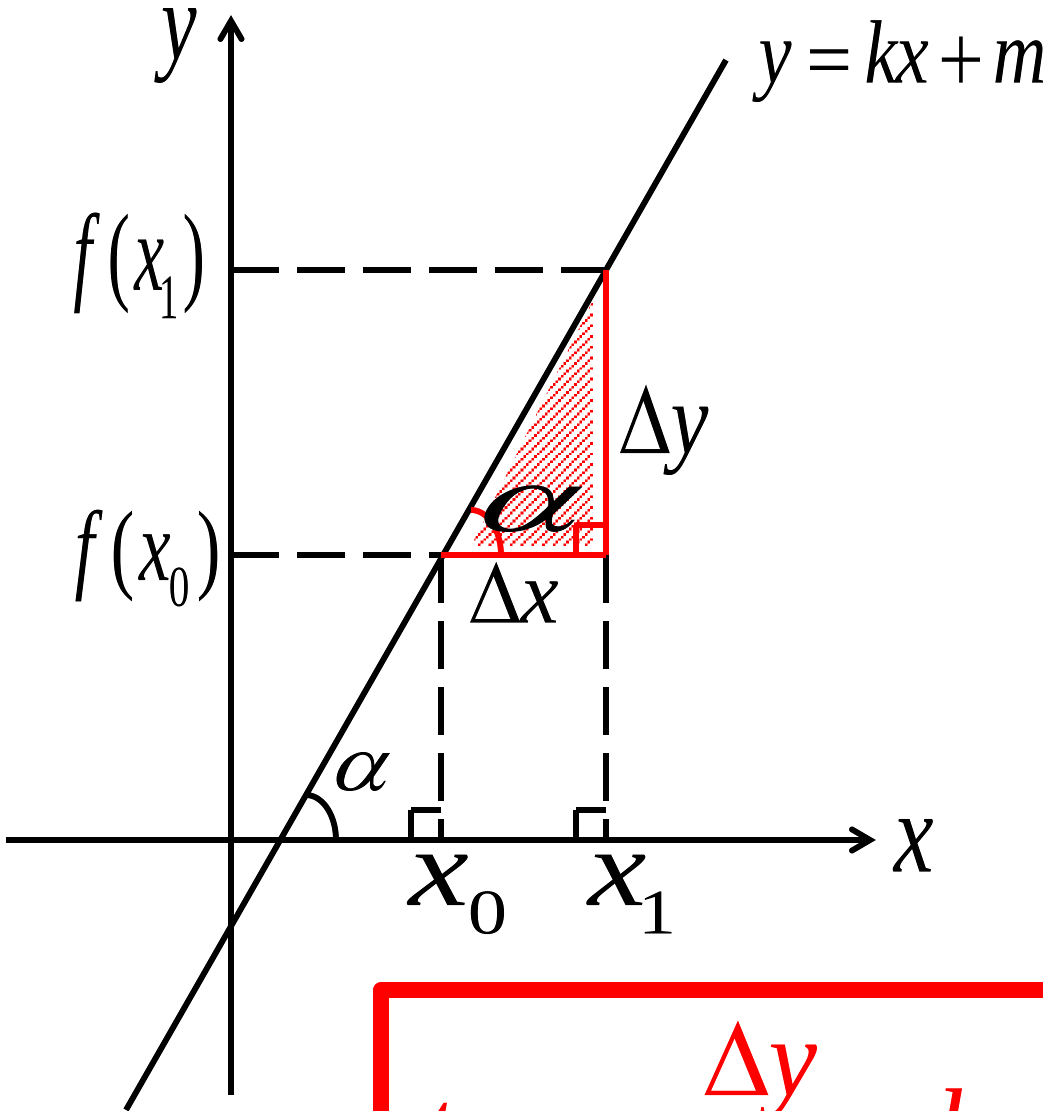
решение

$$\Delta y = f(\Delta x + x) - f(x) = k(\Delta x + x) + m - (kx + m) =$$

$$= k\Delta x + kx + m - kx - m = k\Delta x$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{k\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} k = k$$

Рассмотрим это на графике



$$\boxed{tg\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k}$$

3) *Найти* $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ *для функции* $y = x^2$

решение

$$\Delta y = f(\Delta x + x) - f(x) = (\Delta x + x)^2 - x^2 =$$

$$= \Delta x^2 + 2\Delta x x + x^2 - x^2 = \Delta x^2 + 2\Delta x x$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x^2 + 2\Delta x x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}(\Delta x + 2x) = 2x$$

Ответ: $2x$