

Решение систем уравнений второй степени



Метод подстановки

Чтобы решить систему методом подстановки нужно:

- 1) Выразить одну переменную, через другую**
- 2) Подставить полученное выражение в другое уравнение системы**
- 3) Решить полученное уравнение с одной переменной**
- 4) Найти значение другой и записать ответ.**

Решите систему

$$a) \begin{cases} x + 3y = 5 \\ xy = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - 3y \\ xy = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y(5 - 3y) = 2 \\ 5y - 3y^2 = 2 \end{cases}$$

$$3y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1 > 0 (2\kappa)$$

$$y_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{6} \quad y_1 = 1; y_2 = \frac{2}{3}$$

1) если $y = 1$, то $x = 5 - 3 \cdot 1 = 2$ $(2; 1)$

2) если $y = \frac{2}{3}$, то $x = 5 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 3$ $(3; \frac{2}{3})$

Ответ: $(2; 1); (3; \frac{2}{3})$

Метод алгебраического сложения

**Чтобы решить уравнение методом сложения
нужно:**

- 1) Сложить или вычесть уравнения системы. (чтобы избавиться от другой переменной или для упрощения уравнения)**
- 2) Решить получившееся уравнение с одной переменной**
- 3) Найти значение другой переменной**
- 4) Записать ответ.**

Решите систему

$$б) + \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

1) если $x = -2$, то $4 + y^2 = 5$

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm 1$$

$$(-2; 1); (-2; -1)$$

2) если $x = 2$, то $4 + y^2 = 5$
 $y = \pm 1$

$$(2; -1); (2; 1)$$

Ответ : $(-2; 1); (-2; -1); (2; -1); (2; 1)$

Решите систему

$$в) \begin{cases} 2x + xy + 2 = 0 / \cdot 3 \\ 4y + 3xy + 30 = 0 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 6x + 3xy + 6 = 0 \\ 4y + 3xy + 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6x - 4y - 24 = 0 / : 2 \\ 3x - 2y - 12 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2x + xy + 2 = 0 \\ 3x - 2y - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + xy + 2 = 0 \\ 2y = 3x - 12 / : 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + xy + 2 = 0 \\ y = 1,5x - 6 \end{cases}$$

$$2x + x(1,5x - 6) + 2 = 0$$

$$2x + 1,5x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$1,5x^2 - 4x + 2 = 0 / \cdot 2$$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\frac{D}{4} = k^2 - ac = 16 - 12 = 4 > 0 (2k)$$

$$x_{1;2} = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a} = \frac{4 \pm 2}{3}$$

$$x_1 = 2; x_2 = \frac{2}{3}$$

1) если $x = 2$, то $y = 1,5 \cdot 2 - 6 = -3$

$(2; -3)$

2) если $x = \frac{2}{3}$, то $y = 1,5 \cdot \frac{2}{3} - 6 = -5$

$(\frac{2}{3}; -5)$

Ответ: $(2; -3); (\frac{2}{3}; -5)$

Метод введения новых переменных

Метод введения новых переменных применяется в двух вариантах:

- 1) Вводится одна новая переменная и используется только в одном уравнении системы**
- 2) Вводятся две новые переменные и используются одновременно в обоих уравнениях системы.**

Решите систему

$$z) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2,5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

Пусть $\frac{x}{y} = n$, тогда

$$n + \frac{1}{n} = \frac{5}{2} \quad / \cdot 2n \neq 0$$
$$n \neq 0$$

$$2n^2 - 5n + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 16 = 9 > 0 (2\kappa)$$

$$n_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$n_1 = 2; n_2 = \frac{1}{2}$$

1) если $n = 2$, то $\frac{x}{y} = 2$

1) если $n = 2$, то $\frac{x}{y} = 2$

$$x = 2y$$

$$\begin{cases} x = 2y \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

$$4y^2 - y^2 = 3$$

$$3y^2 = 3$$

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm 1$$

$$(2; 1); (-2; -1)$$

2) если $n = \frac{1}{2}$, то $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

$$y = 2x$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x^2 = 3$$

$$-3x^2 = 3$$

$$x^2 = -1 \quad \text{корней нет}$$

$$\text{Ответ : } (2; 1); (-2; -1)$$

Решите систему

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{2}{x-3y} + \frac{3}{2x+y} = 2 \\ \frac{8}{x-3y} - \frac{9}{2x+y} = 1 \end{cases}$$

Пусть

$$\begin{cases} x-3y = a \\ 2x+y = b \end{cases}$$

тогда

$$\begin{cases} \frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 2 \quad / \cdot 3 \\ \frac{8}{a} - \frac{9}{b} = 1 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \frac{6}{a} + \frac{9}{b} = 6 \\ \frac{8}{a} - \frac{9}{b} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{14}{a} = 7$$

$a = 2$, то

$$\frac{2}{2} + \frac{3}{b} = 2$$

$$\frac{3}{v} = 1 \quad v = 3$$

если $a = 2, v = 3$, то

$$\begin{cases} x - 3y = 2 / \cdot 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} - \\ \begin{cases} 2x - 6y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \end{array}$$

$$-7y = 1$$

$$y = -\frac{1}{7}$$

$$x + 3 \cdot \frac{1}{7} = 2$$

$$x = 2 - \frac{3}{7}$$

$$x = 1\frac{4}{7}$$

$$\left(1\frac{4}{7}; -\frac{1}{7}\right)$$

$$\text{Ответ: } \left(1\frac{4}{7}; -\frac{1}{7}\right)$$