

Системы уравнений, как модели реальных ситуаций



Задумано двузначное число. Известно, что сумма квадратов цифр задуманного числа равна 58; если цифры задуманного числа поменять местами, то получится двузначное число, которое больше задуманного на 36. Какое число задумано?

Решение:

Пусть x цифра десятков, а y цифра единиц.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ (10y + x) - (10x + y) = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ 9y - 9x = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ y - x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ y = 4 + x \end{cases}$$

$$x^2 + (4 + x)^2 = 58$$

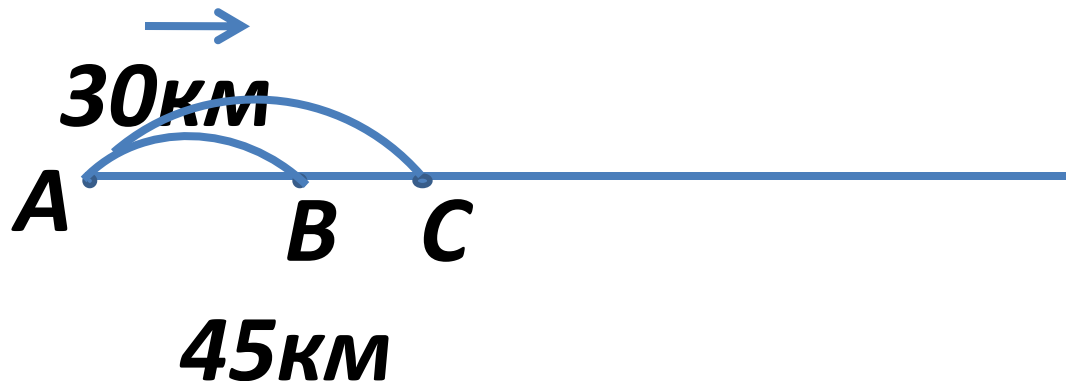
$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$x_1 = -7$ – *посторонний корень задачи*

$$x_2 = 3 \qquad y = 7$$

Ответ : 37

Пристани В и С находятся ниже пристани А по течению реки соответственно на 30км и 45км. Моторная лодка отходит от пристани А, доходит до С сразу поворачивает назад и приходит в В, затратив на весь путь 4 часа 40 мин. В другой раз эта же лодка отошла от пристани С, дошла до А, сразу повернула назад и пришла в В, затратив на весь путь 7 часов. Чему равна собственная скорость лодки и скорость течения реки?



| | S | V | t |
|---|-------|----------------|--------------------------------------|
| 1 | 45;15 | $x + y; x - y$ | $\frac{45}{x + y}; \frac{15}{x - y}$ |
| 2 | 45;30 | $x - y; x + y$ | $\frac{45}{x - y}; \frac{30}{x + y}$ |

**Пусть x км/ч собственная скорость лодки,
тогда y км/ч скорость течения реки**

$$4ч40мин = 4\frac{40}{60}ч = 4\frac{2}{3}ч = \frac{14}{3}ч$$

$$\begin{cases} \frac{45}{x+y} + \frac{15}{x-y} = \frac{14}{3} \\ \frac{45}{x-y} + \frac{30}{x+y} = 7 \end{cases}$$

$$\text{Пусть} \begin{cases} x + y = m \\ x - y = n \end{cases} \begin{cases} \frac{45}{m} + \frac{15}{n} = \frac{14}{3} \\ \frac{45}{m} + \frac{30}{n} = 7 \end{cases} \\
 \begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 9 \end{cases} \quad n = 9, m = 15 \\
 x = 12, y = 3$$

Ответ: 12 км / ч; 3 км / ч

Мастер и его ученик сообща планировали выполнить некоторую работу за 6 дней. Сначала за дело взялся ученик. Выполнив 20% задания он заболел. Остальная работа пришлось на долю мастера. В итоге выполнение задания растянулось на 11 дней. За сколько дней мог бы его выполнить мастер и за сколько дней его ученик, действуя в одиночку, если известно, что и то и другое количество дней выражается целыми числами?

Возьмем всю работу за 1.

20%=0,2 от 1, это 0,2

***Пусть x -число дней , необходимых
мастеру, чтобы выполнить в одиночку
всю работу, а y - число дней необходимых
ученику, чтобы справиться в одиночку со
всей работой.***

| | A | V | t |
|------|-----|---------------|-----|
| m | 1 | $\frac{1}{x}$ | x |
| y | 1 | $\frac{1}{y}$ | y |
| $вм$ | 1 | $\frac{1}{6}$ | 6 |

| | A | V | t |
|-----|-----|---------------|--------|
| m | 0,8 | $\frac{1}{x}$ | $0,8x$ |
| y | 0,2 | $\frac{1}{y}$ | $0,2y$ |

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 0,8x + 0,2y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 0,8x + 0,2y = 11 / \cdot 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 8x + 2y = 110 / : 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 4x + y = 55 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ y = 55 - 4x \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{55 - 4x} = \frac{1}{6}$$

$$x_1 = \frac{66}{8} - \text{посторонний корень}$$

$$x_2 = 10, y = 15 \quad \text{Ответ: } 10\text{д}, 15\text{д}$$