

Степень и ее свойства



Определение степени с натуральным показателем

Степенью числа a с натуральным показателем n ($n > 1$) называют выражение a^n равное произведению n множителей, каждый из которых равен a .

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$$

$$a^1 = a$$

**Нахождение значения степени
называется возведением в
степень.**

$$0^2 = 0$$

$$3^4 = 81$$

$$(-6)^3 = -216$$

$$9^1 = 9$$

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-2)^4 = 16$$

$$(-2)^5 = -32$$

$$(-2)^6 = 64$$

- *Степень положительного числа есть число положительное**
- *Степень отрицательного числа с четным показателем есть число положительное.**
- * Степень отрицательного числа с нечетным показателем есть число отрицательное.**
- *Квадрат любого числа есть число положительное или нуль.**

$$a^2 \geq 0$$

Например:

$$1) 4 \cdot 10^3 = 4 \cdot 1000 = 4000$$

$$2) -2^6 + (-3)^4 = -64 + 81 = 17$$

$$3) (4 + 1)^2 \cdot 3 = 5^2 \cdot 3 = 25 \cdot 3 = 75$$

$$4) (4 + 1^2) \cdot 3 = (4 + 1) \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$$

Таблица степеней

[illegible]

Решите уравнения:

1) $2^x = 128$

$$x = 7$$

Ответ: 7

2) $3^y = 81$

$$y = 4$$

Ответ: 4

3) $x^3 = 8$

$$x = 2$$

Ответ: 2

4) $2^{z+1} = 16$

$$z + 1 = 4$$

$$z = 3$$

Ответ: 3

Свойства степеней

I свойство

$$a^2 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складывают.

$$3 \cdot 3^4 = 3^5 = 243$$

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^8 = 256$$

$$x^8 \cdot x^7 = x^{15}$$

$$y \cdot y^5 = y^6$$

$$d^2 \cdot d^4 \cdot d^3 = d^9$$

II свойство

$$a^5 : a^3 = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = a^2$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели вычитают.

$$2^6 : 2^4 = 2^2 = 4$$

$$3^8 : 3^5 = 3^3 = 27$$

$$x^8 : x^4 = x^4$$

$$y^9 : y = y^8$$

$$y^8 : y^6 : y = y$$

$$y^8 : y^6 \cdot y = y^3$$

III свойство

$$a^5 : a^5 = \frac{a^5}{a^5} = a^0 = 1$$

$$a^0 = 1$$

Степень числа a в нулевой степени равно 1

0^0 — не имеет смысла!!!

$$10^0 = 1$$

$$(-0,35)^0 = 1$$

$$x^0 = 1$$

IV свойство

$$(a^5)^2 = a^5 \cdot a^5 = a^{10}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

При возведении степени в степень показатели умножают.

$$(3^2)^3 = 3^6 = 729$$

$$(2^5)^2 = 2^{10} = 1024$$

$$(25^3)^0 = 25^0 = 1$$

$$(a^4)^3 = a^{12}$$

$$(x^9)^{10} = x^{90}$$

У свойство

$$(a \cdot b)^4 = ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab = a^4 \cdot b^4$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$(2a)^5 = 2^5 \cdot a^5 = 32a^5$$

$$(0,2yx)^2 = 0,04y^2x^2$$

$$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10000$$

$$0,5^{100} \cdot 2^{100} = (0,5 \cdot 2)^{100} = 1^{100} = 1$$

VI свойство

$$\left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^4}{b^4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\left(\frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{9a^2}{16}$$

$$\frac{16^8}{8^8} = \left(\frac{16}{8}\right)^8 = 2^8 = 256$$

$$\left(\frac{4xy}{5}\right)^3 = \frac{64x^3y^3}{125}$$

$$\frac{81^3}{243^3} = \left(\frac{81}{243}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

Например:

$$\begin{aligned} 1) 0,25^{30} \cdot 4^{32} &= 0,25^{30} \cdot 4^{30} \cdot 4^2 = (0,25 \cdot 4)^{30} \cdot 4^2 = \\ &= 1^{30} \cdot 16 = 16 \end{aligned}$$

$$2) \frac{(2^3 \cdot 2^4)^5}{(2 \cdot 2^8)^3} = \frac{(2^7)^5}{(2^9)^3} = \frac{2^{35}}{2^{27}} = 2^8 = 256$$

$$3) \frac{9 \cdot 4}{16 \cdot 27} = \frac{3^2 \cdot 2^2}{2^4 \cdot 3^3} = \frac{1 \cdot 1}{2^2 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

$$4) \frac{9 \cdot 27}{81} = \frac{3^2 \cdot 3^3}{3^4} = \frac{3^5}{3^4} = 3^1 = 3$$

$$5) \frac{32 \cdot 4}{1024} = \frac{2^5 \cdot 2^2}{2^{10}} = \frac{2^7}{2^{10}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$6) 2^n \cdot 2^{n+1} = 2^{n+n+1} = 2^{2n+1}$$

$$7) \left(\frac{2^2 a^3 x^4}{3} \right)^5 = \frac{2^{10} a^{15} x^{20}}{3^5} = \frac{1024 a^{15} x^{20}}{243}$$