Рациональные дроби и их свойства

mathvideourok.moy.su

Рациональные выражения

Выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля называют <u>целыми выражениями</u>

$$Например: 7a^2в;\ m^2+d^3;\ (x-y)(x^2+y);\ в^7;$$

$$19;\ \frac{a+5}{8};\ 2x:9;\ в^{10}-\frac{в(3в+c)}{7}$$

Выражение, составленное из чисел, переменных с помощью действий и деления на выражение с переменными называют <u>дробным выражением</u>.

$$\text{Например}: \ \frac{3}{a}; \ \ \frac{x+y}{x-y}; \ 2p:c; \ \frac{n}{3}-\frac{5}{n^2+1}$$

Целые и дробные выражения называются <u>рациональными</u>

1) ***Найти значение рационального выражения***

$$\frac{a^2-4}{a+2}, \textit{если } a=3 \qquad \frac{9-4}{3+2}=\frac{5}{5}=1$$

2) ***Найти значение рационального выражения***

$$\frac{3a+1}{a+4}, \textit{если } a=-4 \qquad \frac{-12+1}{-4+4}=\frac{-11}{0}$$

$-$*не имеет смысла*

на 0 *делить нельзя, значит* $a=-4$ *недопустимое значение для этой дроби*

Целое выражение имеет смысл всегда. Дробное не всегда имеет смысл (на нуль делить нельзя)!!!

$$\text{Например}: 1)\ \frac{3}{a}; a \neq 0 \qquad 2)\ \frac{1}{x-4}; x \neq 4$$

$$3)\ \frac{3к}{к^2+2}; \quad к - \text{любое} \qquad 4)\ \frac{3к}{к^2-4}; \ к \neq \pm 2$$

$$5)\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+5}; \qquad x \neq 4; -5$$

Значения переменных, при которых выражения имеют смысл называют <u>допустимыми значениями переменных</u>

$$\frac{a}{в} - рациональная\ дробь$$

Найти допустимые значения переменной дроби:

$$1)\ \frac{5}{a(a-3)};$$

$a - любое\ число, кроме\ 0; 3$

$$a(a-3)=0$$

$$a=0; a-3=0$$

$$a=3$$

$$2)\ \frac{(x-2)^2-25}{2x+6};\quad x - \textit{любое число, кроме} -3$$

$$2x+6=0$$

$$2x=-6$$

$$x=-3$$

Дробь $\frac{a}{в}=0$ *тогда и только тогда,*

когда $a=0;\ в\neq 0$

Узнаем когда дробь равна 0

$$\frac{(x-2)^2-25}{2x+6}=0$$

$$2x+6\neq 0$$
$$2x\neq -6$$
$$x\neq -3$$

$$(x-2)^2-25=0$$
$$(x-2)^2=25$$
$$x-2=-5;\quad x-2=5$$
$$x=-5+2\qquad x=5+2$$
$$x=-3\qquad x=7$$

$$\textit{Ответ}: \textit{при } x=7$$

Формулы:

$$(a+в)^2 = a^2 + 2aв + в^2$$

$$(a-в)^2 = a^2 - 2aв + в^2$$

$$a^2 - в^2 = (a-в)(a+в)$$

$$a^3 + в^3 = (a+в)(a^2 - aв + в^2)$$

$$a^3 - в^3 = (a-в)(a^2 + aв + в^2)$$

Основное свойство дроби. Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь.

$$1)\ \frac{x+2}{x+3} = \frac{(x+2)a}{(x+3)a}$$

$$2)\ \frac{2x}{4y} = \frac{x}{2y}$$

Если числитель и знаменатель рациональной дроби разделить на один и тот же не равный нулю многочлен, то получится равная ей дробь. Данную операцию называют <u>сокращение дробей</u>

$$1)\ \frac{5xy}{10x\kappa} = \frac{y}{2\kappa}$$

$$4)\ \frac{21y}{3yx} = \frac{7}{x}$$

$$2)\ \frac{3(x+3)}{4a(x+3)} = \frac{3}{4a}$$

$$5)\ \frac{a-в}{в-a} = -\frac{a-в}{a-в} = -1$$

$$3)\ \frac{a^2-9}{aв+3в} = \frac{(a-3)(a+3)}{в(a+3)} = \frac{a-3}{в}$$

Равенство, которое получается при сокращении дробей или при умножении числителя и знаменателя на один и тот же не равный нулю многочлен называется <u>тождеством</u>.

1) *Приведите дробь к знаменателю* $35y^3$

$$\frac{2x}{7y} = \frac{10xy^2}{35y^3}$$

2) *Приведите дробь к знаменателю х-4к*

$$\frac{3}{4к - x} = -\frac{3}{x - 4к}$$

3) ***Сократите дробь***:

$$\frac{a^3+в^3}{a^2-aв+в^2} = \frac{(a+в)(a^2-aв+в^2)}{a^2-aв+в^2} = \frac{a+в}{1} = a+в$$

4) ***Постройте график функции***:

$$y = \frac{x^2-16}{2x-8} = \frac{(x-4)(x+4)}{2(x-4)} = \frac{x+4}{2} = \frac{1}{2}x+2$$

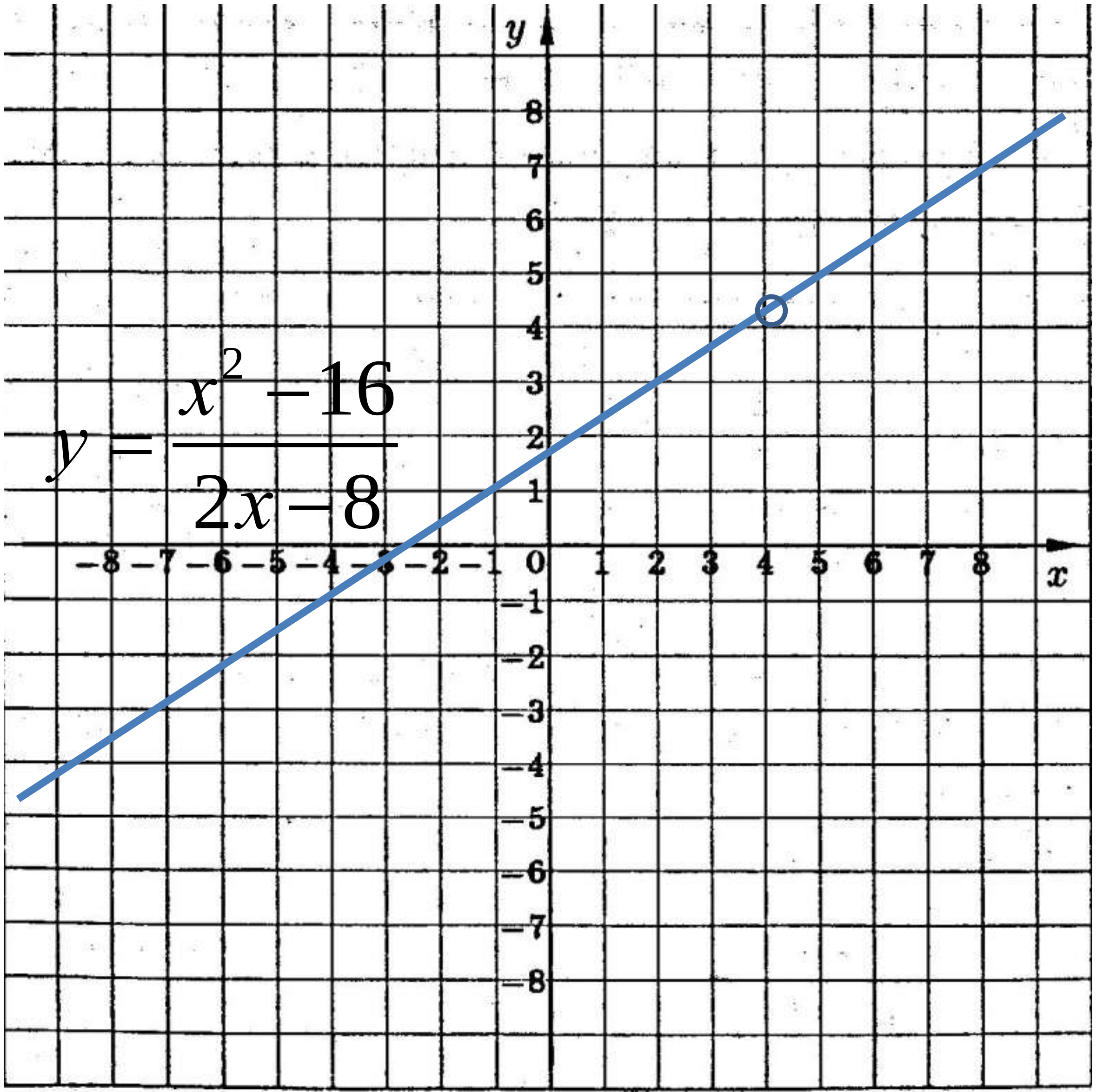
$$2x-8 \neq 0$$

$$2x \neq 8$$

$$x \neq 4$$

$$y=\frac{1}{2}x+2 - \textit{линейная функция, график прямая}$$

$$x\neq 4 \qquad (0;2);(2;3)$$



$$y=\frac{x^2-16}{2x-8}$$