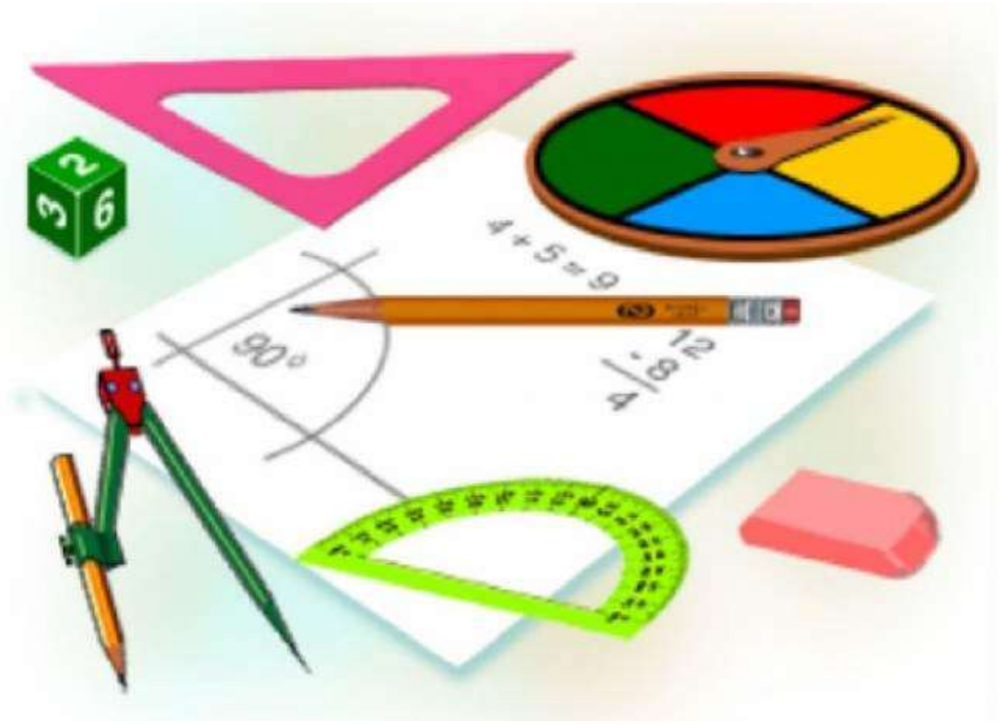
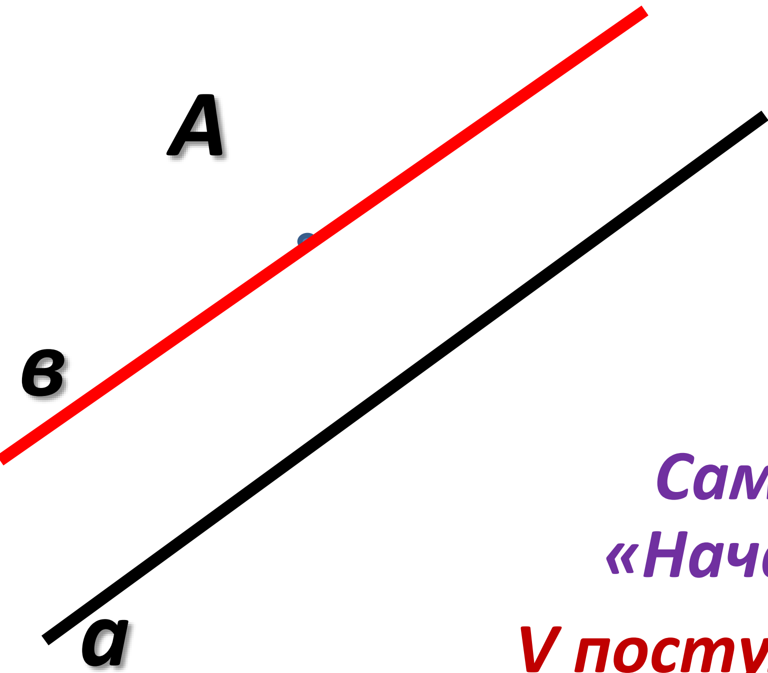
Аксиома параллельных прямых



Аксиома это утверждение не требующее доказательств.



Самая первая книга по геометрии «Начала» Евклида содержит постулат

V постулат: Через точку не лежащую на прямой можно провести прямую параллельную данной и притом только одну

Многие ученые пытались доказать этот постулат, но неудачно. И только Н.И . Лобачевский и его коллеги доказали, что это не постулат, а аксиома.

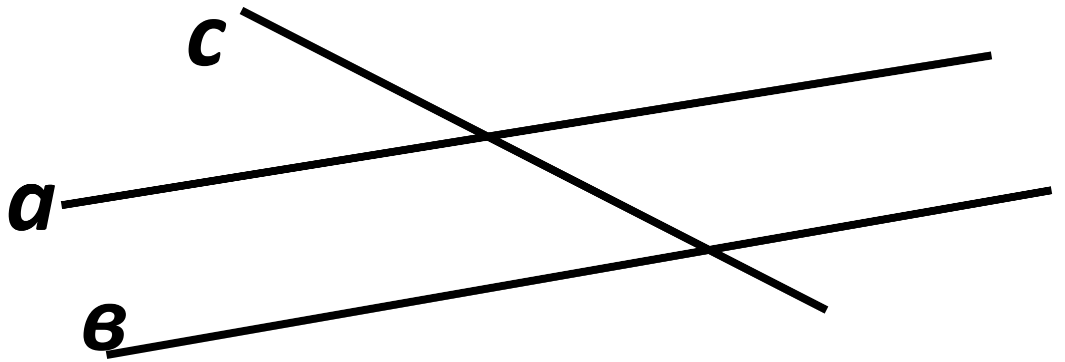
Н. И. Лобачевский
(1792—1856)

Аксиома(параллельных прямых)

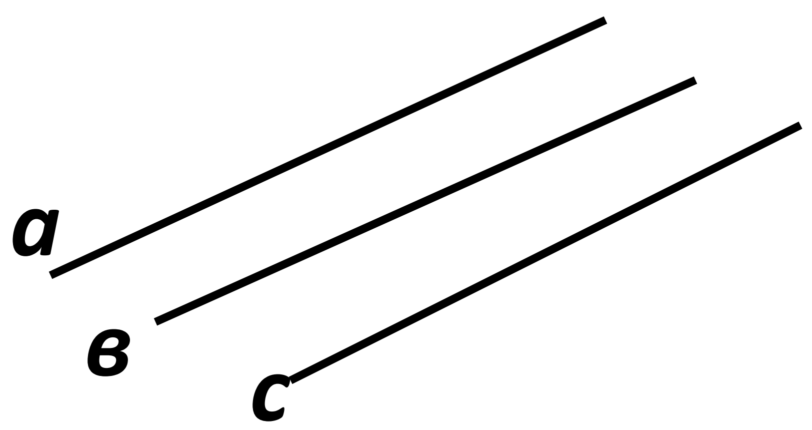
Через точку не лежащую на данной прямой проходит только одна прямая параллельная данной

Из аксиомы выходят два следствия

Следствие 1:Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую



Следствие 2: Две прямые параллельные третьей параллельны друг другу



В теореме есть условие, а есть заключение . Если их поменять местами, то получится другая теорема наз. обратной теоремой.

Иногда она корректна, а иногда нет

Рассмотрим три теоремы обратные признакам параллельности прямых

Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны

Доказательство этой теоремы проведем методом от противного

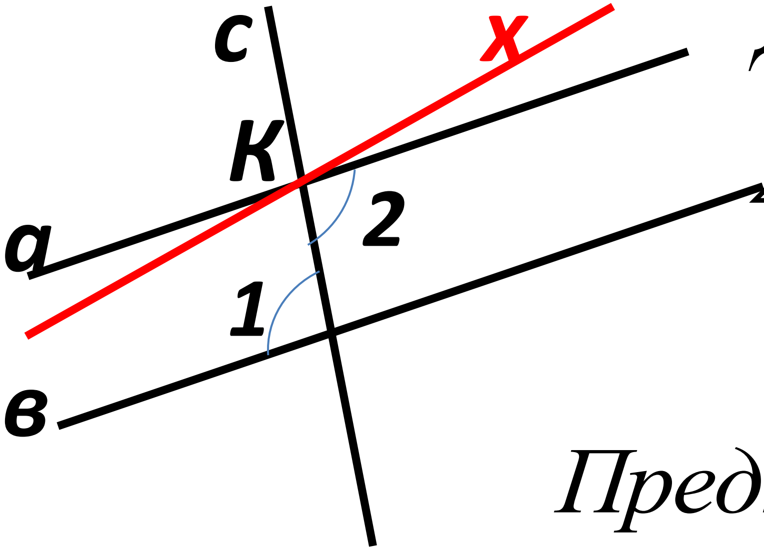
Метод от противного:

1) Предполагают противоположное

2)Путем рассуждений приходят к противоречию

3)Делают вывод, что противоположное неверно, а верно то, что нужно было доказать.

Докажем методом от противного данную теорему



Дано: $a \parallel в$, c – секущая

$\angle 1$ и $\angle 2$ накрест лежащие

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$

Доказательство:

Предположим, что $\angle 1 \neq \angle 2$

Тогда проведем прямую x так, чтобы накрест лежащие углы при прямых x и $в$ были равны

По признаку параллельности прямых $x \parallel в$

Но тогда через точку K проходят две прямые $x \parallel в$ и $a \parallel в$

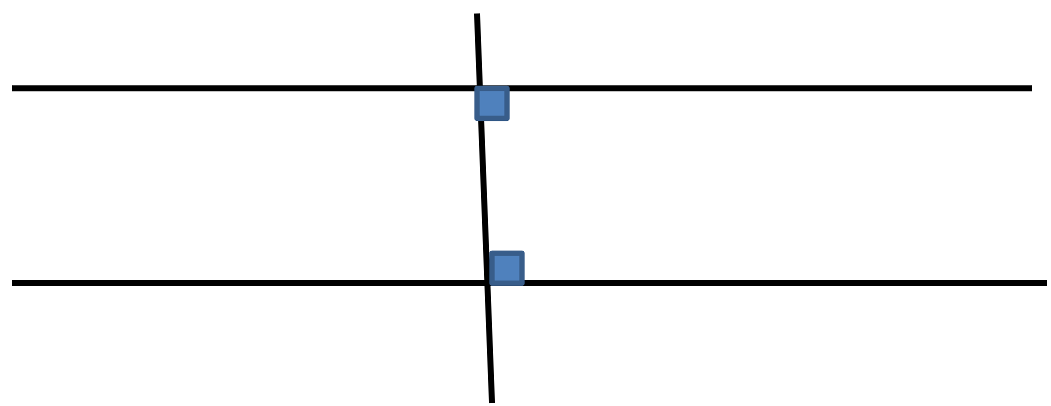
Что противоречит аксиоме параллельных

Мы пришли к противоречию.

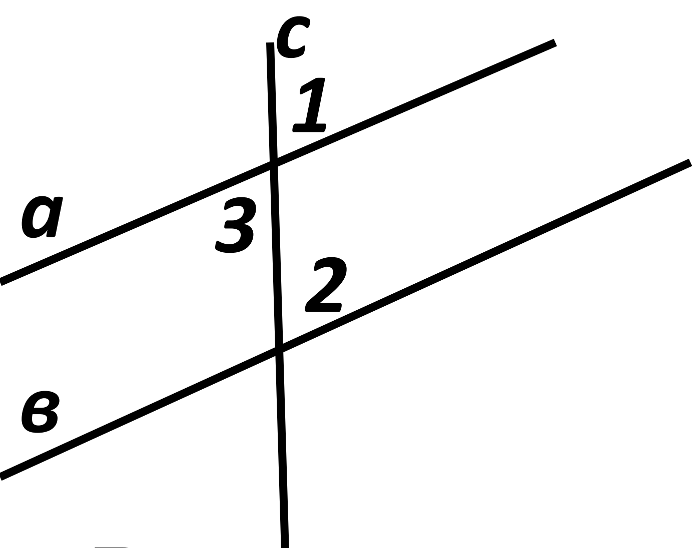
Значит наше предположение неверно

$$и\ \angle 1 = \angle 2$$

Следствие: Если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой



Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.



Дано: $а \parallel в$, $с$ – секущая

$\angle 1$ и $\angle 2$ – соответственные

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$

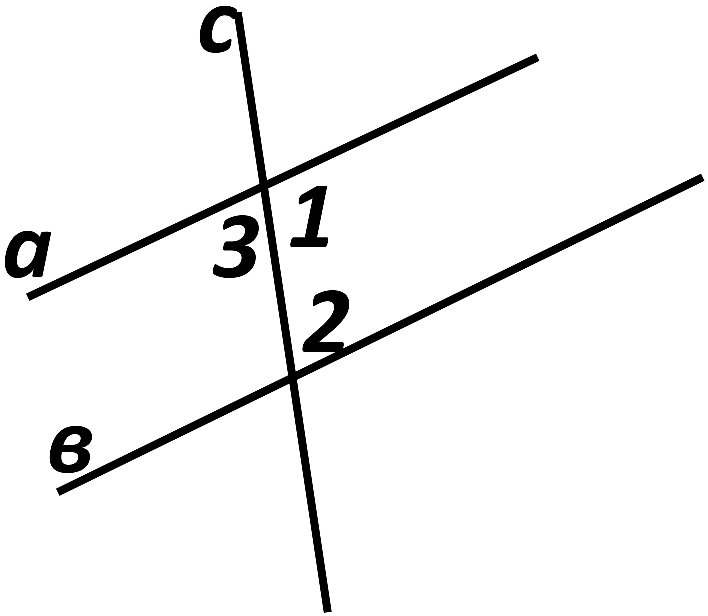
Доказательство:

Рассмотрим $\angle 3$. Так как $а \parallel в$, то $\angle 2 = \angle 3$ накрест лежащие

Но $\angle 3 = \angle 1$ как вертикальные

Значит $\angle 1 = \angle 2$

Теорема: Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°



$Дано: a \parallel в, c - секущая$

$\angle 1 \; и \angle 2 - односторонние$

$Доказать: \angle 1 + \angle 2 = 180°$

$Доказательство:$

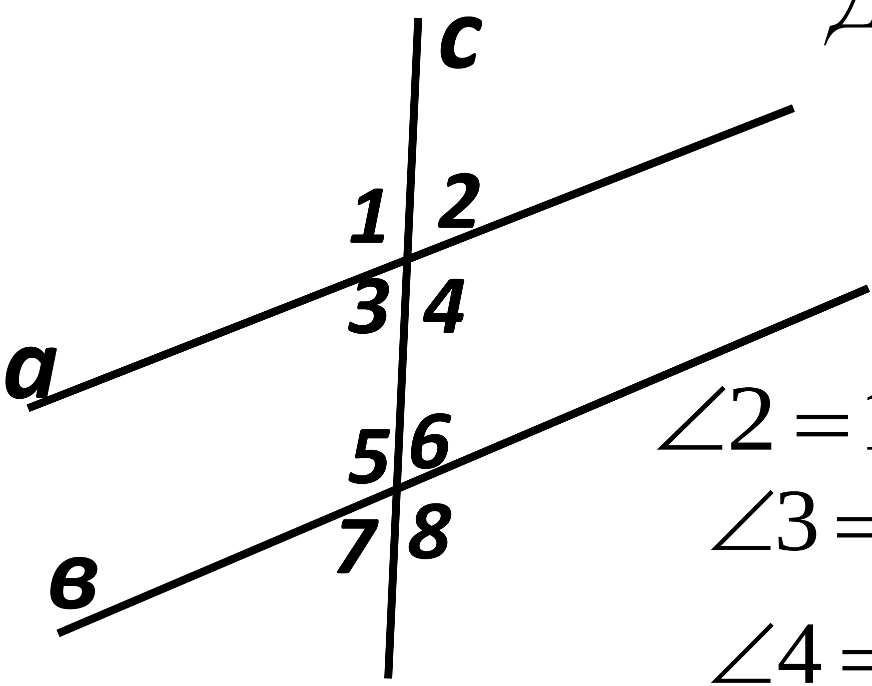
$Рассмотрим \; \angle 3$

$\angle 3 + \angle 1 = 180° (смежные)$

$\angle 3 = \angle 2 (накрест \; лежащие)$

$Значит: \angle 2 + \angle 1 = 180°$

Задачи:



$Дано: a \parallel в, c - секущая$

$\angle 1 = 150°$

$Найти\ все\ углы$

$Решение:$

$\angle 2 = 180 - 150 = 30° (смежные)$

$\angle 3 = \angle 2 = 30°,$

$\angle 4 = \angle 1 = 150° (вертикальные)$

$\angle 6 = \angle 3 = 30°, \angle 5 = \angle 4 = 150° (накрест\ лежащие)$

$\angle 7 = \angle 6 = 30°, \angle 8 = \angle 5 = 150° (вертикальные)$

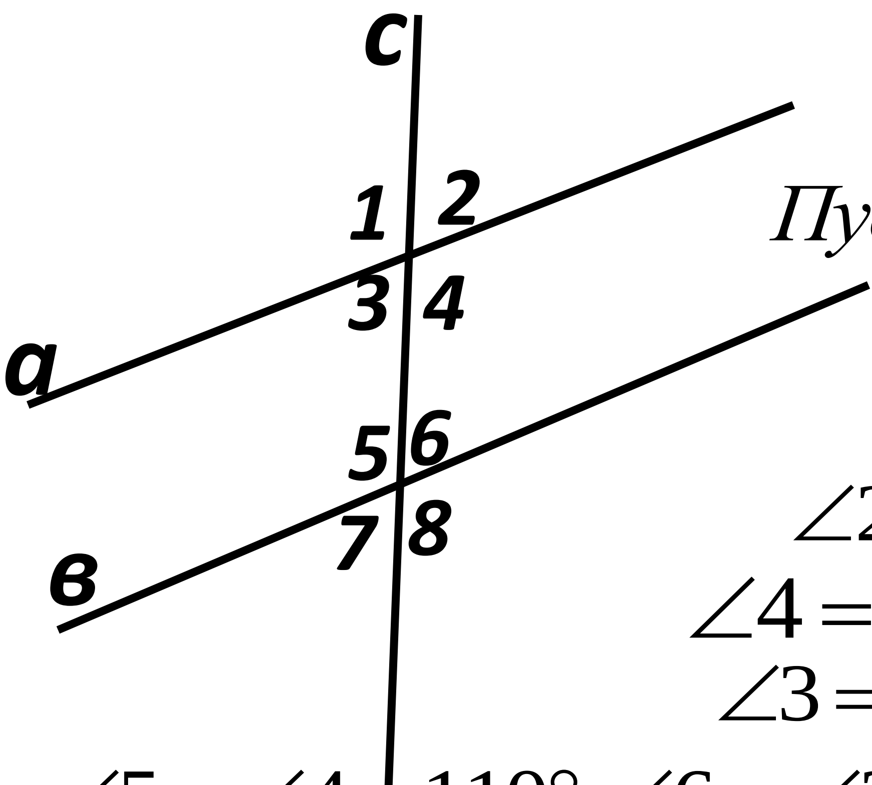
$Ответ: \angle 1 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 150°$

$\angle 2 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 7 = 30°$

$$\text{Дано}: a \parallel в,\ c - \text{секущая}$$

$$\angle 1 > \angle 2 \text{ на } 40^\circ$$

$$\text{Найти все углы}$$



$$\text{Решение}:$$

$$\text{Пусть} \angle 2 = x, \text{тогда} \angle 1 = x + 40^\circ$$

$$x + x + 40 = 180 (\text{смежные})$$

$$2x = 140$$

$$x = 70$$

$$\angle 2 = 70^\circ, \angle 1 = 70 + 40 = 110^\circ$$

$$\angle 4 = \angle 1 = 110^\circ (\text{вертикальные})$$

$$\angle 3 = \angle 2 = 70^\circ (\text{вертикальные})$$

$$\angle 5 = \angle 4 = 110^\circ, \angle 6 = \angle 3 = 70^\circ (\text{накрест лежащие})$$

$$\angle 8 = \angle 5 = 110^\circ, \angle 7 = \angle 6 = 70^\circ (\text{вертикальные})$$

$$\text{Ответ}: \angle 1 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 110^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 7 = 70^\circ$$