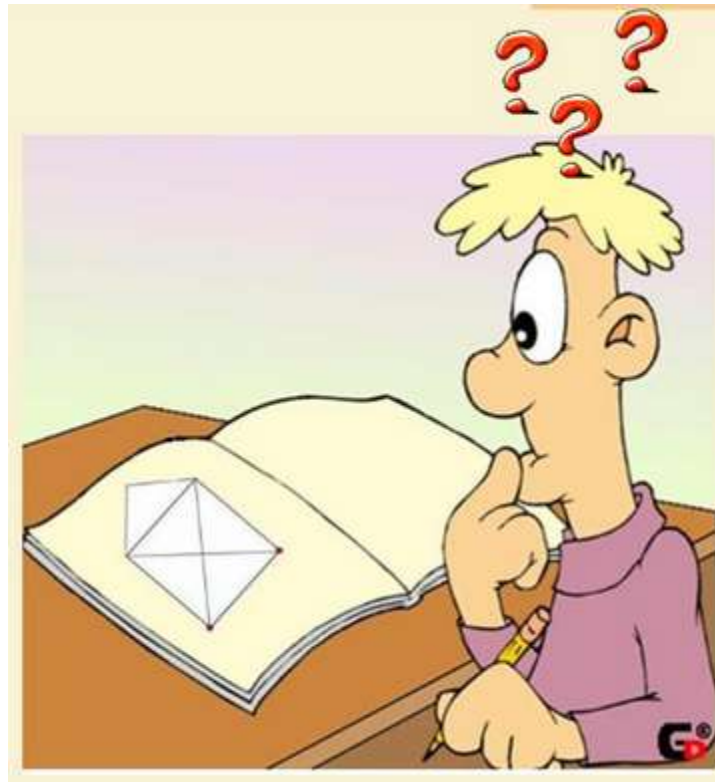
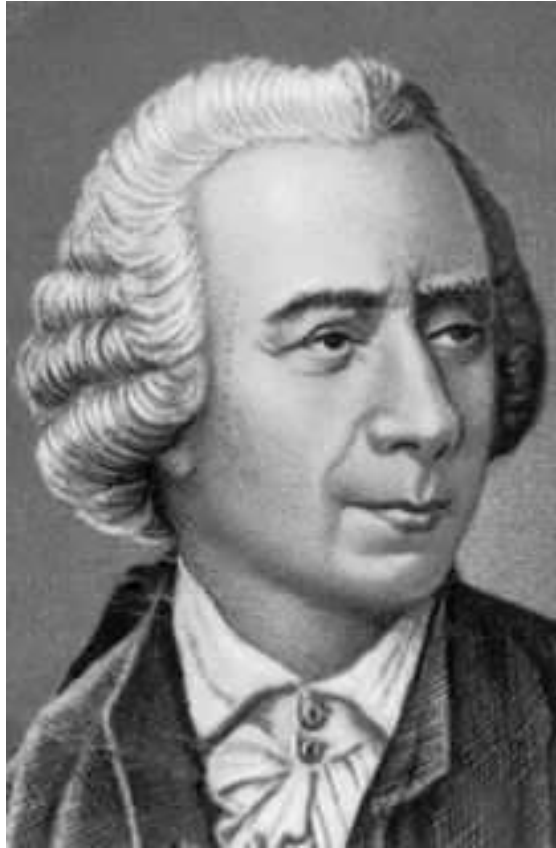


Графы. Решение задач с помощью графов.



Основоположники теории графов



**Л. Эйлер (1707-1782),
российский математик,
швейцарец по происхождению,
академик Петербургской и
Берлинской академии наук)**



**Г. Кирхгоф (1824-1871),
иностраный член-корреспондент
Петербургской академии наук
разработал теорию деревьев)**

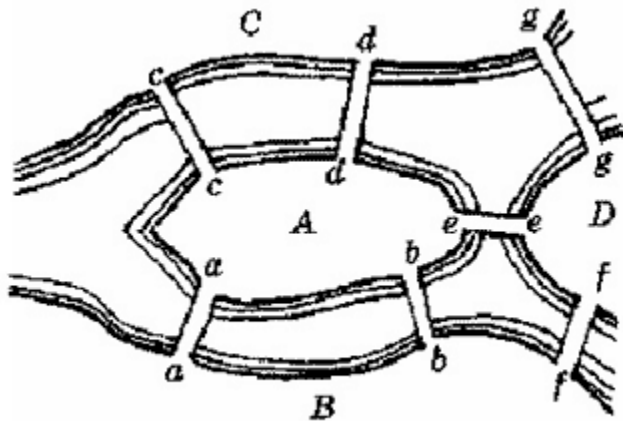
В 1736 году Эйлер нашел решение головоломки, носящей название «проблема Кёнигсбергских мостов».



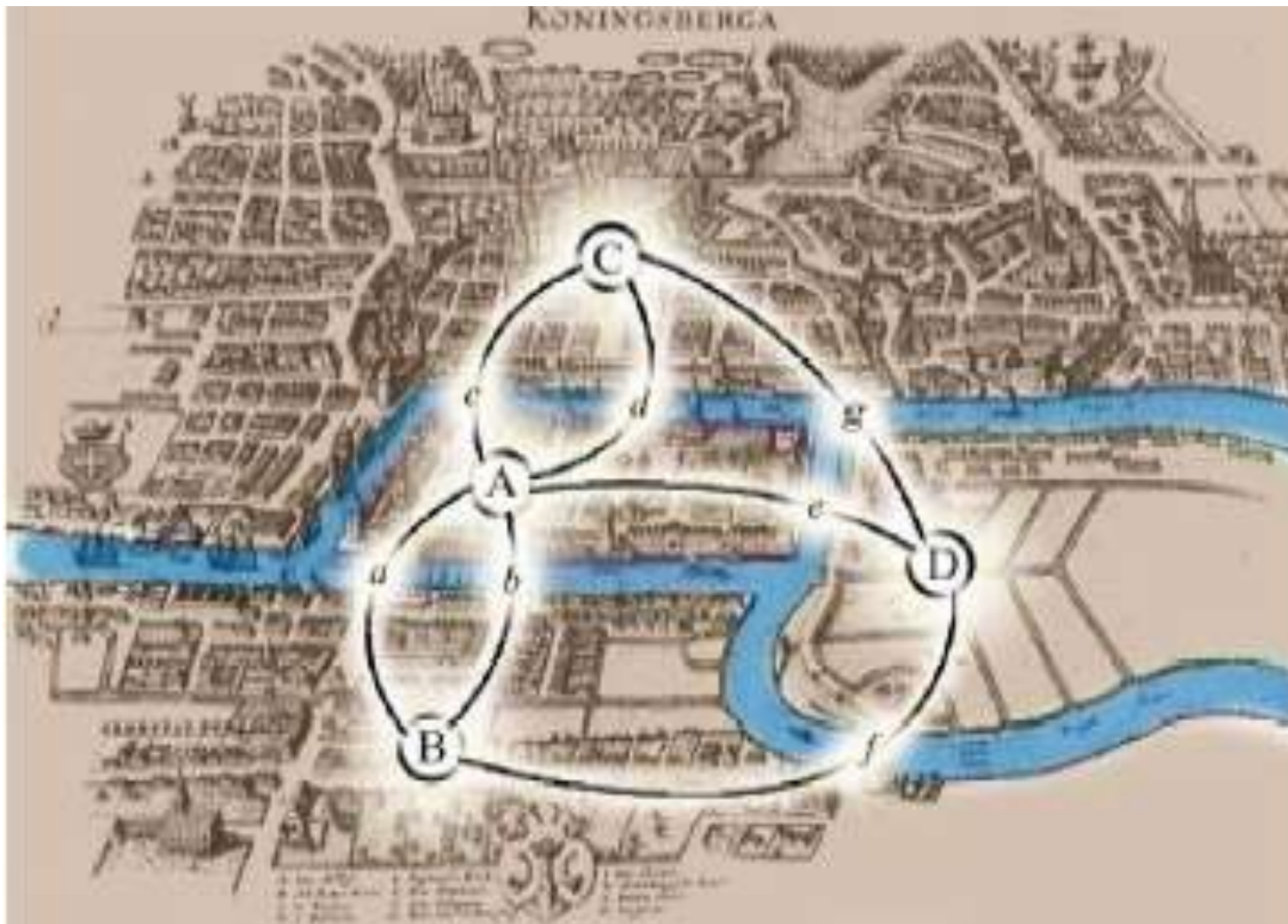


Задача, для решения которой Эйлер впервые применил графы, - это задача о мостах Кенигсберга.

В XVIII веке город Кенигсберг (сейчас Калининград) был расположен на берегах реки и двух островах. Различные части города были соединены семью мостами.



Можно ли совершить прогулку, пройдя по каждому мосту ровно один раз?

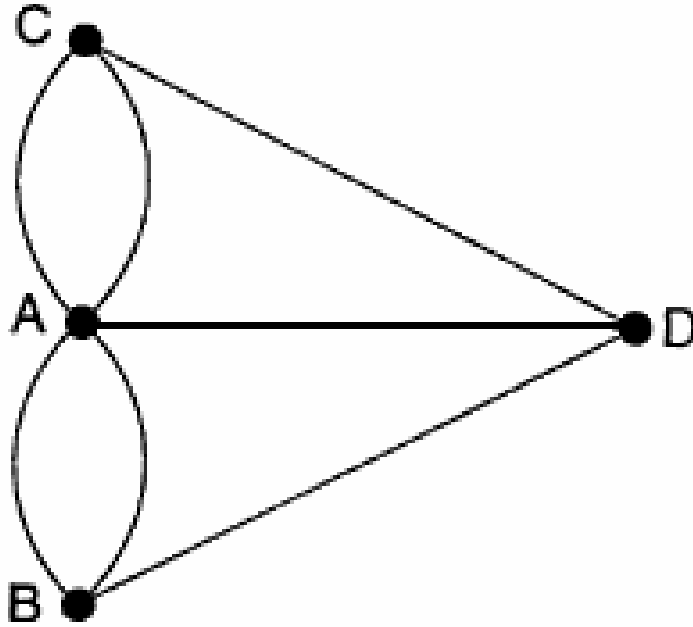


План города Эйлер заменил его упрощенной схемой, на которой части города изображены точками (вершинами), а мосты - линиями (ребрами).



Получился следующий граф:

Граф кёнигсбергских мостов имел четыре нечётные вершины, следовательно невозможно пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды.



В итоге Эйлер доказал общее утверждение: для того чтобы обойти все рёбра графа по одному разу и вернуться в исходную вершину, необходимо и достаточно выполнения следующих двух условий:

- 1. Из любой вершины графа должен существовать путь по его рёбрам в любую другую вершину (граф должен быть связным);*
- 2. Из каждой вершины должно выходить чётное количество рёбер.*

СХЕМА ЛИНИЙ СКОРОСТНОГО ТРАНСПОРТА МОСКВЫ
RAPID TRANSIT SYSTEMS OF MOSCOW

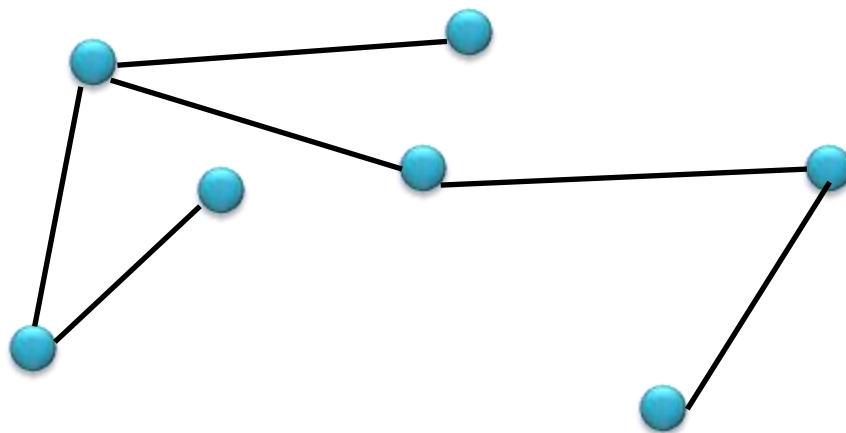


- Медицина
- Кибернетика
- Информатика
- Химия
- Физика
- Транспорт
- Строительство
- Прикладная математика
- Экономика

Графы – это рисунки, которые состоят из точек и линий, соединяющих эти точки.

Каждая пара точек в графе может быть **соединена линиями**.

Линия указывает на **связь между двумя точками**.

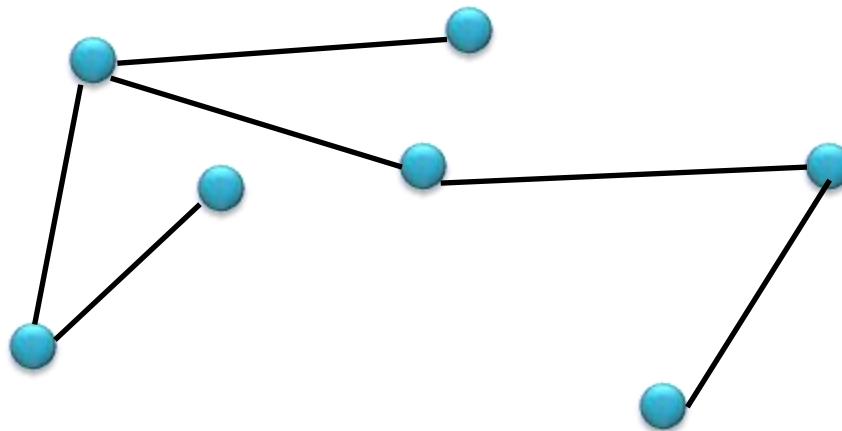


Точки называются **вершинами графа**, а линиями **рёбрами**.

Ребро может иметь направление, которое указывается стрелочкой.

У графа обязательно есть **вершины**.

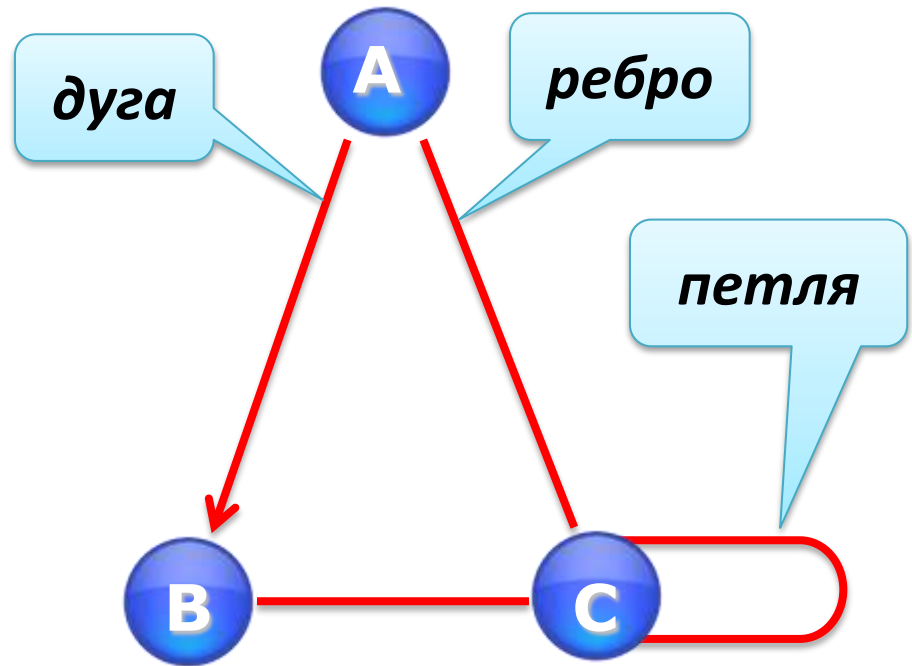
Граф без рёбер называется **пустым**.



Направленная линия (со стрелкой) называется **дуга**.

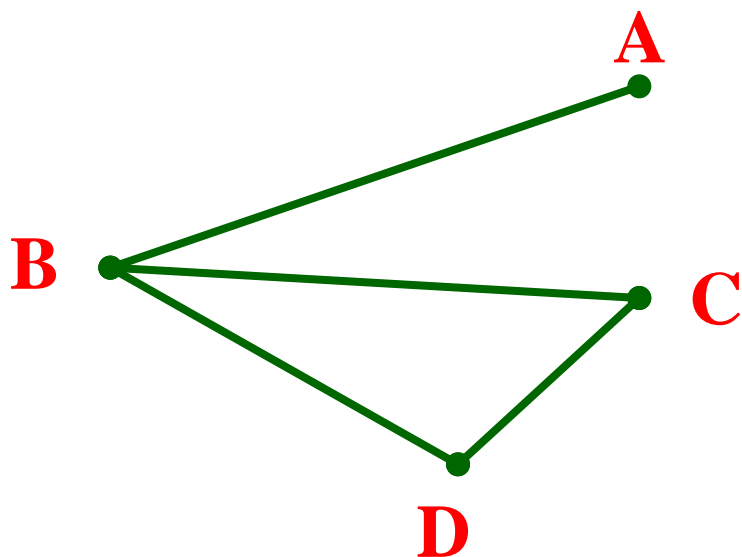
Линия ненаправленная (без стрелки) называется **ребро**.

Линия, выходящая из некоторой вершины и входящая в неё же, называется **петля**.



A, B, C – **вершины** графа

Степень вершины графа - это количество ребер,
выходящих из данной вершины



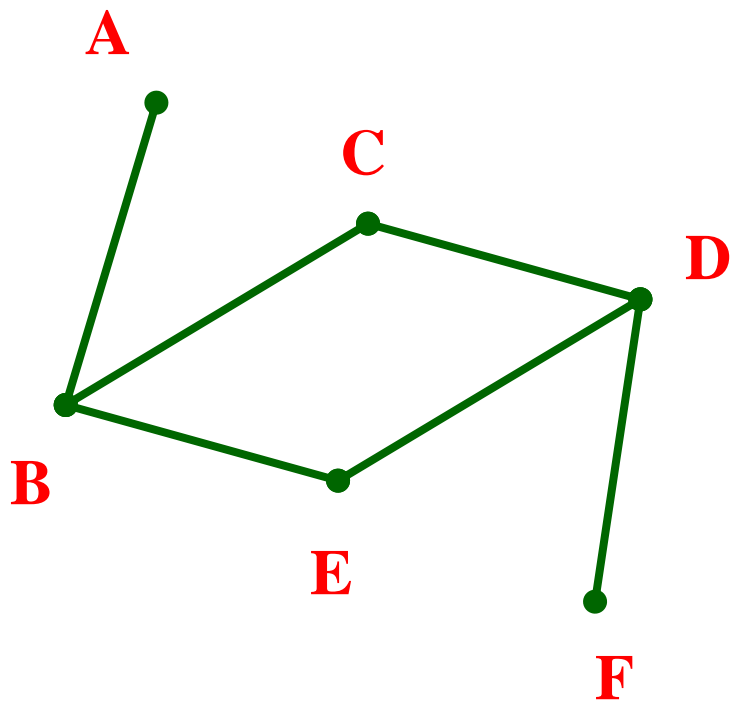
Степень **A** – 1

Степень **B** – 3

Степень **C** – 2

Степень **D** – 2

Количество рёбер графа – равно сумме степеней
всех его вершин, делённой на 2.



$$(1+3+2+3+2+1):2=6$$

Неориентированный граф

Неориентированный граф - граф, вершины которого соединены ребрами.

С помощью таких графов могут быть представлены схемы двухсторонних (симметричных) отношений.



Граф, отражающий отношение «переписываются» между объектами класса «дети»

Ориентированный граф (орграф)

Ориентированный граф - граф, вершины которого соединены дугами.

С помощью таких графов могут быть представлены схемы односторонних отношений.



Граф, отражающий отношение «пишет письма».

Взвешенный граф

Взвешенный граф - граф, у которого вершины или рёбра (дуги) несут дополнительную информацию (вес).



Москва, 1147

182

127



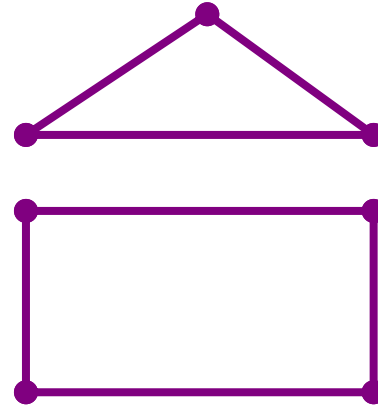
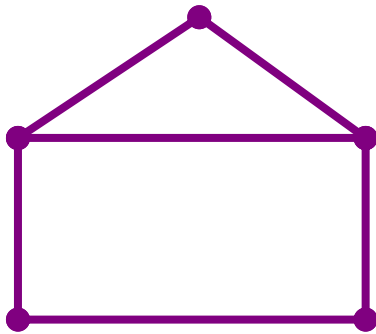
Переславль Залесский, 1152

158



Владимир, 1108

Связные и несвязные графы



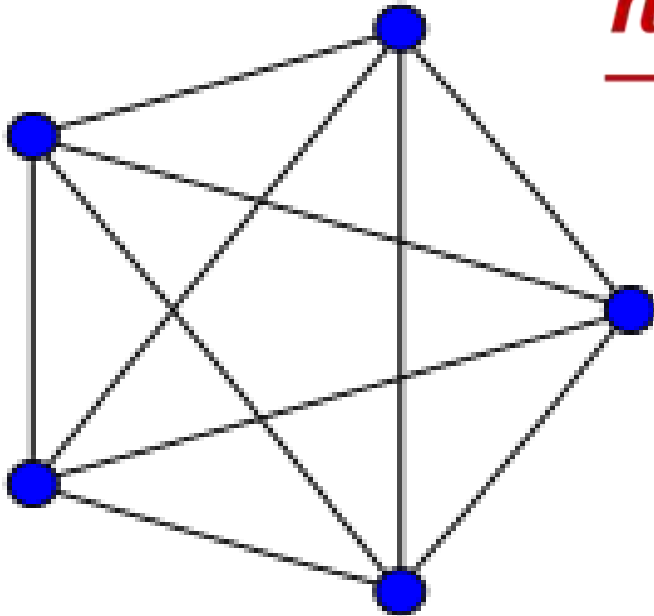
Связный граф можно нарисовать не отрывая карандаша от бумаги

Полный граф

Граф называется **полным**, если каждая вершина связана со всеми другими вершинами графа.

Если полный граф имеет n вершин, то количество ребер будет равно:

$$\frac{n(n - 1)}{2}$$



Дерево

Дерево – граф иерархической структуры.

Между любыми двумя его вершинами существует единственный путь.

Дерево не содержит циклов и петель.

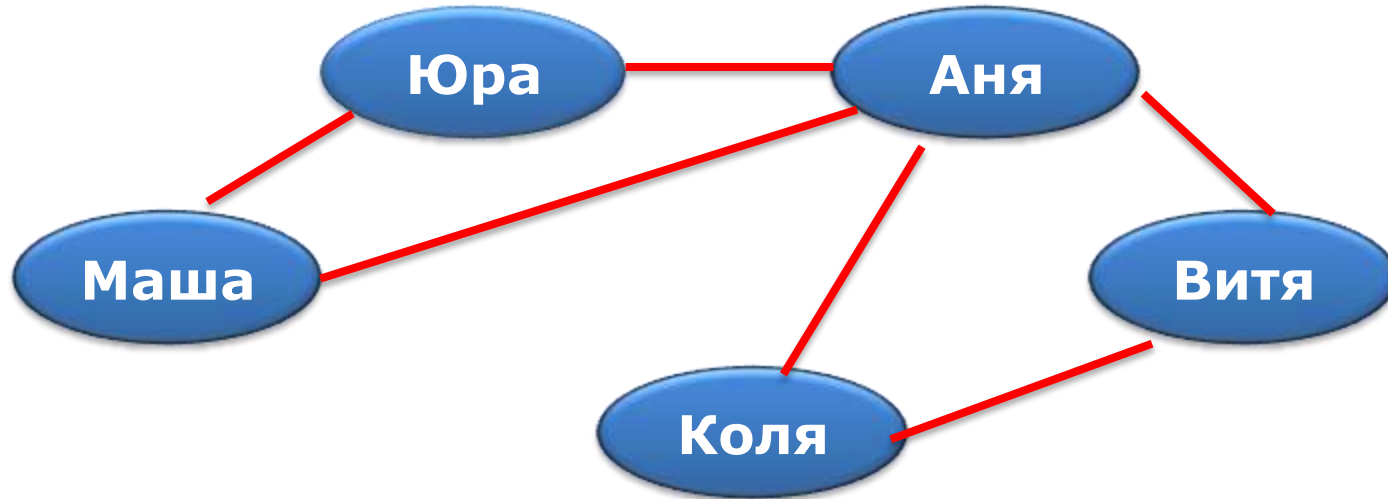


Сеть

Цепь – путь по вершинам и ребрам, включающий любое ребро графа не более одного раза.

Цикл – цепь, начальная и конечная вершины которой совпадают.

Граф с циклом называют сетью.



Решение логических задач с помощью графов

- 1** В государстве 100 городов, а из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?

Решение:

Вспользуемся формулой: количество рёбер в графе равно сумме степеней его вершин, делённой на 2.

$$(100 \cdot 4) : 2 = 200$$

Ответ: 200

2 Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит 3 дороги, быть ровно 100 дорог?

Решение:

Воспользуемся формулой: количество рёбер в графе равно сумме степеней его вершин, делённой на 2.

Пусть x - число городов

$$(x \cdot 3) : 2 = 100$$

$$x = 200 : 3$$

Ответ: нет, не может

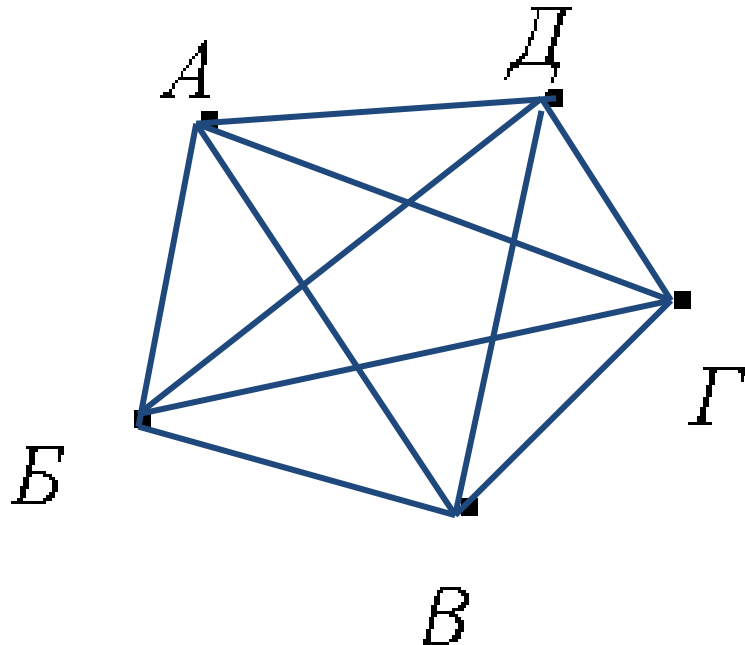
3

Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу).

Сколько всего рукопожатий было сделано?

Решение:

Пусть каждому из молодых людей соответствует точка на плоскости, а произведенные рукопожатия – отрезок, который будет соединять точки.



Количество ребер полного графа
 $(5 \cdot 4) : 2 = 10$.

Значит, было сделано 10
рукопожатий.

Ответ: 10.

4

Алексей, Борис, Виталий и Геннадий – друзья.

- Один из них – врач, другой – журналист, третий – тренер спортивной школы, четвертый – строитель.
- Журналист написал статьи об Алексее и Геннадии.
- Тренер и журналист вместе с Борисом ходили в поход.
- Алексей и Борис были на приеме у врача.

У кого какая профессия?

