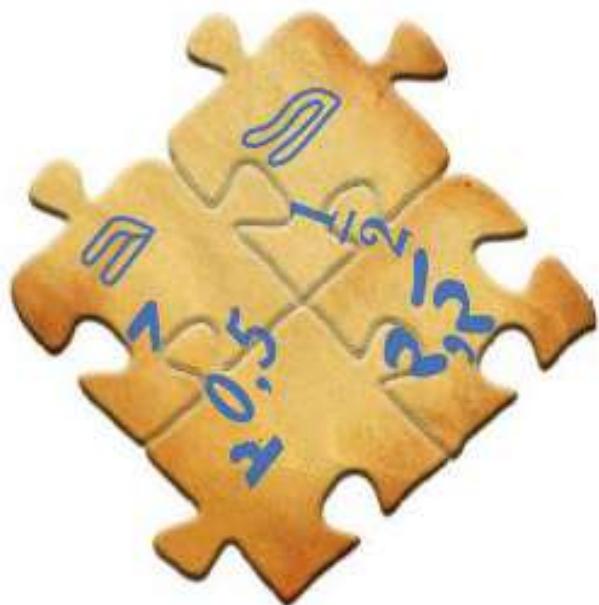


Дисперсия числового ряда



От латинского слова

***dispersio** – «рассеивание, разброс»*

Наиболее полной характеристикой рассеивания чисел в массиве данных является набор их отклонений.

Но когда набор велик, рассматривать все отклонения неудобно. Нужно взять среднее отклонения, что тоже не годится, так как у любого набора оно равно нулю.

Чтобы судить о рассеивании, принято усреднять квадраты отклонений.

Квадраты отклонений неотрицательны.

Чем больше отклонения по модулю, тем больше будет средний квадрат отклонений, т.е. дисперсия.

Дисперсия числового ряда – среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего арифметического.

Обозначение дисперсии - S^2

$$S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

ПРИМЕР 1. Найдём дисперсию числового набора: 4, 3, 0, 5. Поместим числа в первый столбец таблицы 53. В нижнюю ячейку запишем их среднее арифметическое.

Таблица 53. Вычисление дисперсии

Значение	Отклонение	Квадрат отклонения
4	$4 - 3 = 1$	$1^2 = 1$
3	$3 - 3 = 0$	$0^2 = 0$
0	$0 - 3 = -3$	$(-3)^2 = 9$
5	$5 - 3 = 2$	$2^2 = 4$
Среднее: $\bar{x} = 3$	Сумма: 0	Дисперсия: $\frac{1 + 0 + 9 + 4}{4} = 3,5$

Есть другой способ вычисления дисперсии:

Нужно сначала вычислить среднее арифметическое чисел, а затем – среднее арифметического их квадратов.

И из среднего арифметического квадратов вычесть квадрат среднего арифметического.

$$S^2 = \bar{x^2} - \bar{x}^2$$

ПРИМЕР 4. Возьмём числа из примера 1 и найдём дисперсию по формуле $S^2 = \bar{x}^2 - \bar{x}^2$. Таблица становится короче, а вычислений теперь меньше (табл. 55).

Таблица 55. Вычисление дисперсии

Значение	Квадрат значения
4	16
3	9
0	0
5	25
Среднее: $\bar{x} = 3$	Среднее: $\bar{x}^2 = 12,5$

Значит, дисперсия равна

$$S^2 = 12,5 - 3^2 = 12,5 - 9 = 3,5.$$

ПРИМЕР 3. Тип климата определяется на основе разных показателей. Главный показатель — дисперсия средних месячных температур. Дисперсия температур в приморских местностях невысокая (морской климат), умеренный климат характеризуется более высокой дисперсией месячных температур, а континентальный климат — очень высокой. В районах с континентальным климатом жаркое лето и очень холодная зима.

Таблица 54. Средняя месячная температура, °С

Месяц	Москва	Пенза	Новосибирск	Хабаровск
Январь	−9,3	−8,2	−19,0	−22,3
Февраль	−8,6	−6,6	−17,2	−17,2
Март	−3,4	−1,9	−10,7	−8,5
Апрель	5,1	6,7	−0,1	3,1
Май	12,4	15,3	10,0	11,1
Июнь	16,7	18,3	16,3	17,4
Июль	18,4	20,0	18,7	21,1
Август	16,6	19,0	16,0	20,0
Сентябрь	10,9	12,4	9,9	13,9
Октябрь	4,4	5,7	1,5	4,7
Ноябрь	−2,0	−1,7	−9,7	−8,1
Декабрь	−6,8	−5,9	−16,9	−18,5
Среднее за год, °С	4,5	6,1	−0,1	−1,4
Дисперсия, °С ²	98,9	105,7	185,2	228,8

Средняя температура связана с широтой местности: чем севернее, тем ниже средняя годовая температура. Дисперсии температур различаются очень сильно. Для Москвы и Пензы они составляют 98,9 и 105,7 соответственно, для Новосибирска и Хабаровска — 185,2 и 228,8 соответственно. Единица измерения дисперсии в данном случае — градус Цельсия в квадрате.

Таблица 54. Средняя месячная температура, °С

Месяц	Москва	Пенза	Новосибирск	Хабаровск
Январь	-9,3	-8,2	-19,0	-22,3
Февраль	-8,6	-6,6	-17,2	-17,2
Март	-3,4	-1,9	-10,7	-8,5
Апрель	5,1	6,7	-0,1	3,1
Май	12,4	15,3	10,0	11,1
Июнь	16,7	18,3	16,3	17,4
Июль	18,4	20,0	18,7	21,1
Август	16,6	19,0	16,0	20,0
Сентябрь	10,9	12,4	9,9	13,9
Октябрь	4,4	5,7	1,5	4,7
Ноябрь	-2,0	-1,7	-9,7	-8,1
Декабрь	-6,8	-5,9	-16,9	-18,5
Среднее за год, °С	4,5	6,1	-0,1	-1,4
Дисперсия, °С ²	98,9	105,7	185,2	228,8

Для вычисления дисперсии числового массива в электронной таблице используйте функцию
ДИСПР() или ДИСП.Г()

	f_x	=ДИСПР(С1:С5)
C	D	E
	3	
	1	
	3	
	7	
	5	4,16

Задача 2. Случайная величина X имеет распределение по частотам M , представленное в таблице.

X	2	5	6	12
M	1	2	3	1

Найти ее дисперсию.

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 12 \cdot 1}{1 + 2 + 3 + 1} = \frac{2 + 10 + 18 + 12}{7} = \frac{42}{7} = 6.$$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{(2-6)^2 \cdot 1 + (5-6)^2 \cdot 2 + (6-6)^2 \cdot 3 + (12-6)^2 \cdot 1}{1 + 2 + 3 + 1} = \\ &= \frac{16 + 2 + 0 + 36}{7} = \frac{54}{7} \approx 7,7. \end{aligned}$$

Ответ. $S^2 \approx 7,7$.